

SPRAWNOŚĆ MECHANICZNA ZESPOŁU NAPĘDOWEGO  
Z SIŁOWNIKIEM HYDRAULICZNYM  
PRZY UWZGLĘDNIENIU TARCIA SUCHEGO

*Andrzej Anatol Stepniewski, Ewa Korgol*

Katedra Podstaw Techniki, Uniwersytet Przyrodniczy  
ul. Doświadczalna 50A, 20-236 Lublin  
e-mail: andrzej.stepniewski@up.lublin.pl

**Streszczenie.** Opracowano model matematyczny dynamiki zespołu napędowego z siłownikiem hydraulicznym, w którym uwzględniono: sprężystość cieczy i instalacji oraz siłę tarcia suchego i lepkiego. Przeanalizowano wpływ sił tarcia suchego pomiędzy współpracującymi elementami siłownika zwiększonych wskutek błędów nieosiowego położenia par obrotowych mocowania siłownika na sprawność mechaniczną. Wartości sił tarcia działających pomiędzy tłokiem i tłoczyskiem a cylindrem obliczono iteracyjnie. Przedstawiono wyniki komputerowej symulacji ruchu układu napędowego podnoszenia wysięgnika ładowarki i wyznaczono charakterystyki sprawności mechanicznej.

**Słowa kluczowe:** dynamika, siłownik, tarcie suche, sprawność mechaniczna

#### WPROWADZENIE

Siłownikowy napęd hydrauliczny jest najbardziej rozpowszechnionym napędem stosowanym w mobilnych maszynach roboczych – budowlanych, górniczych, rolniczych i innych (Morecki i in. 2002, Stepniewski 2004). Współpraca elementów w liniowych napędach płynowych jest ważnym zagadnieniem z punktu widzenia eksploatacji i energochłonności maszyn (Borkowski i in. 2001, Brach i Tyro 1986). Pojawienie się sił poprzecznych na tłoczysku jest zjawiskiem bardzo niekorzystnym, powodującym zwiększenie i zmianę rodzaju tarcia z płynnego na suche. Współpracujące elementy zużywają się szybciej, co w początkowej fazie docierania zmniejsza wartości sił tarcia. Wskutek powiększania się luzu maksymalnego pasowań ruchowych, współpracujący układ ustala nowe położenie równowagi zmieniające wzajemne usytuowanie współpracujących elementów. Dodatkowo pojawiają się siły składowe prostopadłe do osi łączącej pary obroto-

we siłownika, powstaje moment zginający zwiększający poprzeczne odkształcenia sprężyste tłoczyska. Następuje zwiększenie siły tarcia, temperatury współpracujących elementów i zapotrzebowania na energię.

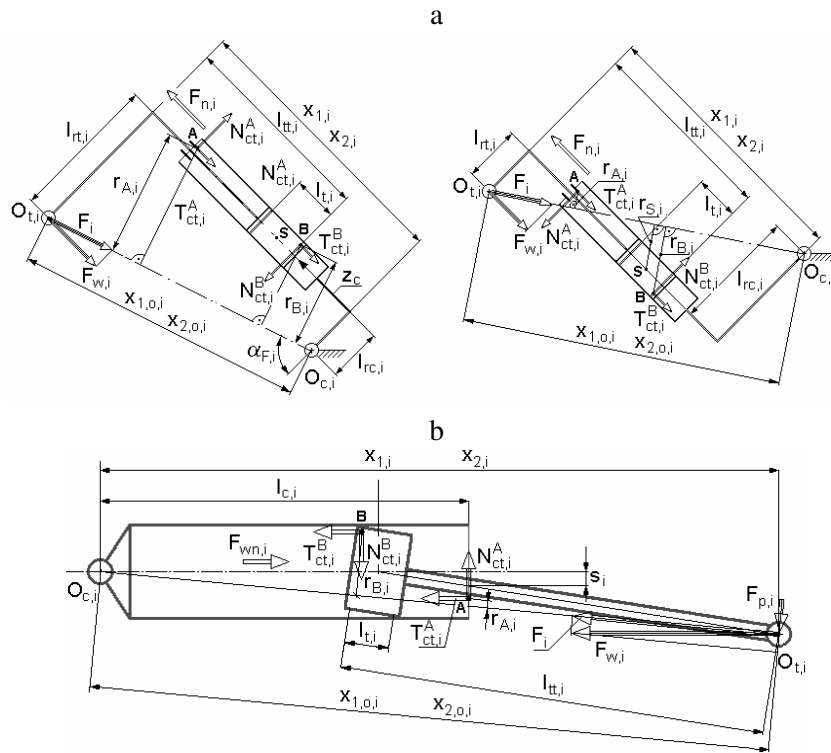
Przyczynami tego zjawiska są nieosiowości zespołu tłok-tłoczysko i cylindra siłownika spowodowane, np. błędami montażu lub zużyciem połączeń obrotowych siłownika. Niewielkie niedokładności montażu prowadzące do przesunięcia środków par obrotowych siłownika poza jego oś, mogą doprowadzić do wielokrotnego wzrostu oporów tarcia zależnych od położenia tłoka wskutek zwiększenia nieosiowości działania siły obciążającej.

Celem pracy było określenie wpływu zwiększonego działania sił tarcia suchego spowodowanego błędami nieosiowego położenia par obrotowych siłownika na przebiegi sprawności mechanicznej podczas realizacji zadanego ruchu. Model matematyczny układu napędowego z siłownikiem hydraulicznym dwustronnego działania opracowano przy wykorzystaniu równań ciągłości i bilansu natężeń przepływu oraz równań równowagi kinetostatycznej. Uwzględniono podatność hydrauliczną i mechaniczną, wpływ ściśliwości cieczy, odkształceń sprężystych cylindra, tłumienie drgań, tarcie suche pomiędzy tłokiem a cylindrem i w parach obrotowych siłownika oraz układ sterowania.

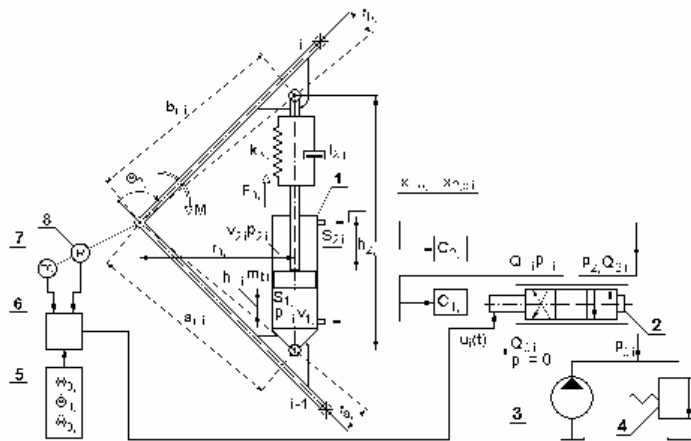
#### SFORMUŁOWANIE ZADANIA

Założono, że siły reakcji działają pomiędzy pierścieniem tłoka a cylindrem i pomiędzy tłoczyskiem a uszczelnieniem. Przyjęto, że nieosiowe położenie obu par obrotowych może wystąpić po tej samej lub przeciwnych stronach osi siłownika (rys. 1a) lub może być spowodowane nadmiernym zużyciem współpracujących elementów (rys. 1b).

Układ napędowy z siłownikiem hydraulicznym (rys. 2), składa się z siłownika hydraulicznego dwustronnego działania (1). Do części podtłokowej i nadtłokowej doprowadzany jest czynnik roboczy z serwozaworu hydraulicznego ze sterowaniem elektrycznym (2) zasilanego przez zasilacz (3). Górną wartość ciśnienia w zasilaczu ogranicza zawór przelewowy (4). Prędkość ruchu tłoka siłownika (1) regulowana jest przez zmianę przemieszczenia  $u_i(t)$  suwaka serwozaworu (2). Względne przemieszczenie kątowe i prędkość członu napędzanego są mierzone odpowiednio przez przetworniki pomiarowe (8) i (7), umieszczone w osi obrotu członu napędzanego przez siłownik (1). Sygnały wartości mierzonych, porównywane są z sygnałami wartości zadanych z generatora „wzorca ruchu” (5). W sterowniku (6) sygnały uchybów są wzmacniane i przekształcane na napięcie zasilające cewkę serwozaworu, sterującą przemieszczeniem suwaka  $u_i(t)$ . Siła napędowa siłownika działa na człon napędzany w punkcie mocowania tłoczyska o współczynnikach sprężystości  $k_{\lambda,i}$  i tłumienia  $l_{\lambda,i}$ .



Rys. 1. Siły obciążające zespół tłok-cylinder – opis w tekście  
 Fig. 1. Load forces of piston-cylinder unit – explanations in text



Rys. 2. Układ napędowy z silownikiem hydraulicznym – opis w tekście  
 Fig. 2. Drive system with hydraulic cylinder – explanations in text

Siłę napędową  $F_{w,i}$  działającą w osi  $i$ -tego siłownika, przy uwzględnieniu: – siły oporu ruchu tłoka w cylindrze, zależnej od jego prędkości (tarcia wiskotycznego), – stałej siły tarcia ruchowego  $T_{ct,i}^S$  oraz sumy sił tarcia ruchowego  $T_{ct,i}^{AB}$  rozwijających się pomiędzy pierścieniem tłoka a cylindrem oraz pomiędzy tłoczyskiem a uszczelnieniem określa się z równania równowagi kinetostatycznej

$$F_{w,i} = p_{1,i}S_{1,i} - p_{2,i}S_{2,i} - b_{tc,i}\dot{x}_{1,i}(t) - T_{ct,i}^S - T_{ct,i}^{AB}, \quad (1)$$

gdzie:  $S_{1,i} = 0,25\pi d_{c,i}^2$ ,  $S_{2,i} = 0,25\pi(d_{c,i}^2 - d_{t,i}^2)$ ,

$d_{c,i}$  – średnica cylindra (m),  $d_{t,i}$  – średnica tłoczyska (m),  $b_{tc,i}$  – współczynnik oporu ruchu tłoka ( $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$ ),  $p_{1,i}$ ,  $p_{2,i}$  – ciśnienia w częściach pod i nadłokowej (Pa),  $\dot{x}_{1,i}$  – prędkość ruchu tłoka względem cylindra ( $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ).

Po wyznaczeniu siły napędowej  $F_{w,i}$ , oblicza się składową siły  $F_i$  działającą w osi łączącej punkty  $O_{t,i}$  i  $O_{c,i}$  (rys. 1a)

$$F_i = \frac{F_{w,i}x_{2,o,i}}{x_{2,i}}, \quad (2)$$

gdzie:  $l_{rc,i}$  – odległość punktu  $O_{c,i}$  od osi siłownika (m), przy czym wymiar  $l_{rc,i}$  należy podstawić ze znakiem minus, gdy osie par obrotowych leżą po tej samej stronie osi siłownika,  $l_{rt,i}$  – odległość punktu  $O_{t,i}$  od osi siłownika (m),  $x_{\xi,o,i}$ ,  $x_{\xi,i}$  – odległości osi par obrotowych siłownika bez uwzględnienia ( $\xi=1$ ) i przy uwzględnieniu ( $\xi=2$ ) odkształceń elementów sprężystych, mierzone w osi siłownika (m).

Ze względu na statyczną niewyznaczalność, reakcje elementów tłoka (tłoczyska) i cylindra można wyznaczyć przy założeniu, że działają tylko w dwóch punktach A i B. Na podstawie rysunku 1a i wprowadzonych na nim oznaczeń, reakcje  $N_{ct,i}^A$  działającą w punkcie A pomiędzy tłoczyskiem i uszczelnieniem i  $N_{ct,i}^B$  działającą w punkcie B pomiędzy tłokiem i cylindrem, określa się z zależności:

$$N_{ct,i}^A = \frac{F_i r_{B,i} + F_{p,i} l_{tt,i}}{b_i}, \quad N_{ct,i}^B = \frac{F_i r_{A,i} + F_{p,i} x_{2,i}}{b_i}, \quad (3)$$

przy czym:  $b_i = l_{tt,i} + l_{c,i} - x_{2,i}$ ,

$$r_{A,i} = \frac{-x_{2,i}(l_{rc,i} + 0,5z_{n,i}d_{t,i}) + l_{c,i}(l_{rt,i} + l_{rc,i})}{x_{2,o,i}},$$

$$r_{B,i} = \frac{x_{2,i}(l_{rt,i} + 0,5z_{n,i}d_{c,i}) - l_{tt,i}(l_{rt,i} + l_{rc,i})}{x_{2o,i}},$$

gdzie:  $l_{c,i}$  – odległość pomiędzy punktami  $O_{c,i}$  i A mierzona w osi siłownika (m),  $l_{tt,i}$  – odległość pomiędzy punktami B i  $O_{t,i}$  mierzona w osi siłownika (m),  $r_{A,i}$  – ramię działania siły  $F_i$  względem punktu A (m),  $r_{B,i}$  – ramię działania siły  $F_i$  względem punktu B (m),  $z_{n,i} = \text{sgn}(F_i r_{S,i})$  przyjmuje wartość +1 lub -1 zależnie od kierunku działania momentu sił reakcji względem punktu S leżącego na osi tłoka, równoodległego od jego pierścieni, gdzie ramię działania siły  $F_i$  względem punktu S określa zależność

$$r_{S,i} = \frac{x_{2,i}l_{rt,i} - (l_{tt,i} - 0,5l_{t,i})(l_{rt,i} + l_{rc,i})}{x_{2o,i}}. \quad (4)$$

Dla przypadku przedstawionego na rysunku 1b, wymiar  $l_{rc,i} = 0$ , natomiast wymiar  $l_{rt,i}$  oblicza się z zależności

$$l_{rt,i} = \frac{s_i(l_{tt,i} - 0,5l_{t,i})}{b_i - 0,5l_{tt,i}}. \quad (5)$$

Siłę tarcia  $T_{ct,i}^{AB}$  ruchowego wyznacza się w sposób iteracyjny według zależności

$$T_{ct,i}^{AB} = \mu_{ut,i}|N_{ct,i}^A| + \mu_{ct,i}|N_{ct,i}^B|, \quad (6)$$

gdzie  $\mu_{ct,i}$ ,  $\mu_{ut,i}$  – współczynniki tarcia ruchowego w połączeniach: tłok-cylinder, tłocznisko-uszczelnienie.

Obliczoną wartość siły tarcia  $T_{ct,i}^{AB}$  podstawia się do zależności (1), (przy pierwszej iteracji  $T_{ct,i}^{AB} = 0$ ) i wyznacza ponownie siłę napędową  $F_{w,i}$ . Obliczenia wykonuje się do momentu, gdy różnica pomiędzy kolejnymi wynikami będzie zawierać się w przyjętym błędzie.

Z bilansu natężeń przepływu (rys. 2), (Gierulski i Wójcik 1992, Stryczek 1997, Szydelski 1980) otrzymuje się zależności wiążące prędkość ruchu tłoka z ciśnieniami i natężeniami przepływu:

$$\frac{dp_{1,i}}{dt} = \frac{Q_{1,i} - S_{1,i}\dot{x}_{1,i}}{C_{1,i}}, \quad \frac{dp_{2,i}}{dt} = \frac{Q_{2,i} + S_{2,i}\dot{x}_{2,i}}{C_{2,i}}, \quad (7)$$

$$\text{przy czym: } Q_{1,i} = \phi_{01,i}u_i H(u_i)\sqrt{p_{0,i} - p_{1,i}} - \phi_{1,i}|u_i|H(-u_i)\sqrt{p_{1,i}}, \quad (8)$$

$$Q_{2,i} = \phi_{02,i}|u_i|H(-u_i)\sqrt{p_{0,i} - p_{2,i}} - \phi_{2,i}u_i H(u_i)\sqrt{p_{2,i}},$$

$$u_{i,k} = u_{i,k-1} - [K_{\varphi,i} \quad K_{\omega,i} \quad K_{\varepsilon,i}] [\Theta_{\Delta,i} \quad \dot{\Theta}_{\Delta,i} \quad \ddot{\Theta}_{\Delta,i}]^T, \quad (9)$$

gdzie:  $\Theta_{\Delta,i} = \Theta_{1,i}(t_k) - \Theta_{0,i}(t_k), \dot{\Theta}_{\Delta,i} = \dot{\Theta}_{1,i}(t_k) - \dot{\Theta}_{0,i}(t_k),$

$$\ddot{\Theta}_{\Delta,i} = \frac{\dot{\Theta}_{1,i}(t_k) - \dot{\Theta}_{1,i}(t_{k-1})}{t_k - t_{k-1}} - \ddot{\Theta}_{0,i}(t_k).$$

$$C_{1,i} = S_{1,i} h_{1,i} \left( \frac{1}{E_c} + \frac{\varepsilon}{p_{1,i}} + \frac{d_{c,i}}{E g_i} \right), \quad C_{2,i} = S_{2,i} h_{2,i} \left( \frac{1}{E_c} + \frac{\varepsilon}{p_{2,i}} + \frac{d_{c,i}}{E g_i} \right), \quad (10)$$

gdzie:  $h_{1,i} = x_{1,i} - l_{s,i,\min}, h_{2,i} = s_{t,i} - h_{1,i} = -x_{1,i} + l_{s,i,\max},$

$E$  – moduł Younga materiału cylindra (Pa),  $E_c$  – moduł ściśliwości cieczy roboczej (Pa),  $g_i$  – grubość ścianki cylindra (m),  $K_{\varphi,i}, K_{\omega,i}, K_{\varepsilon,i}$  – współczynniki wzmocnienia uchybów położenia, prędkości i przyspieszenia,  $l_{s,i,\min}, l_{s,i,\max}$  – minimalna i maksymalna odległość pomiędzy punktami mocowań siłownika (m),  $p_{0,i}$  – ciśnienie zasilania (Pa),  $s_{t,i}$  – skok tłoka (m),  $u_i(t)$  – przemieszczenie suwaka serwowaworu ( $-1 \leq u_i(t) \leq 1$ ), przy czym  $H(u_i) = \text{sgn}(\text{sgn } u_i + 1)$ ,  $Q_{1,i}, Q_{2,i}$  – natężenia przepływu cieczy do komory pod i nadtłokowej ( $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ),  $\Phi_{01,i}, \Phi_{02,i}, \Phi_{1,i}, \Phi_{2,i}$  – stałe zależne od konstrukcji serwowaworu,  $\varepsilon$  – udział objętościowy powietrza w cieczy roboczej,  $\Theta_{\xi,i}(t_k), \dot{\Theta}_{\xi,i}(t_k), \ddot{\Theta}_{\xi,i}(t_k)$  – czasowe przebiegi współrzędnych uogólnionych i ich pochodnych: – otrzymane z rozwiązania zadania odwrotnego ( $\xi = 0$ ), – realizowane przy pominięciu ( $\xi = 1$ ) i uwzględnieniu ( $\xi = 2$ ) sprężystych odkształceń osiowych tłoczyska podczas zaplanowanego ruchu po trajektorii w kroku czasowym  $k$  (rad), ( $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ), ( $\text{rad} \cdot \text{s}^{-2}$ ).

Równanie ruchu tłoka ma postać

$$m_{t,i} \ddot{x}_{1,i} = F_{w,i}(t) - F_{kl,i}(t), \quad (11)$$

gdzie:  $F_{kl,i} = k_{\lambda,i} [x_{1,i}(t) - x_{2,i}(t)] + l_{\lambda,i} [\dot{x}_{1,i}(t) - \dot{x}_{2,i}(t)]$  (12)

$k_{\lambda,i}, l_{\lambda,i}$  – współczynniki osiowej sprężystości ( $\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$ ) i tłumienia ( $\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$ ) tłoczyska,  $m_{t,i}$  – masa tłoka wraz z tłoczyskiem (kg).

Momenty sił sprężystości  $M_{kl,i}(t)$  równoważą momenty sił  $M_i(t)$  opisane równaniami ruchu maszyny manipulacyjnej, będące sumą momentów masowych sił bezwładności oraz momentów sił odśrodkowych, Coriolisa i grawitacji, co można zapisać jako:

$$M_{kl,i}(t) = M_i(t) = \sum_{j=1}^n D_{1,i,j} \frac{d^2 \Theta_{2,j}(t)}{dt^2} + M_{ocg,i}(t), \quad (13)$$

gdzie:  $D_{1,i,j}$  – macierz bezwładności ( $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ),  $M_{ocg,i}(t)$  – suma momentów sił odśrodkowych, Coriolisa i grawitacji ( $\text{N}\cdot\text{m}$ ),  $j$  – numer kolumny macierzy bezwładności, przy czym

$$M_{kl,i}(t) = F_{kl,i} \frac{x_{1,o,i} r_{n,2,i}}{x_{1,i}}, \quad (14)$$

gdzie  $r_{n,\xi,i}$  – ramię działania siły siłownika w osi łączącej jego pary obrotowe względem osi napędzanej pary obrotowej, bez uwzględnienia ( $\xi=1$ ) i przy uwzględnieniu ( $\xi=2$ ) odkształceń elementów sprężystych (m).

Sprawność napędu  $\eta_{n,i}$ , jako stosunek sumy modułów mocy potrzebnej na pokonanie momentu obciążenia w parze obrotowej maszyny manipulacyjnej i sił tarcia w parach obrotowych siłownika do modułu włożonej mocy potrzebnej do nadania ruchu postępowego tłoka wyraża się w postaci

$$\eta_{n,i} = \frac{|M_i \dot{\Theta}_{2,i}| + |M_{oc,i} \dot{\alpha}_{n,i}| + |M_{ot,i} (\dot{\alpha}_{n,i} - \dot{\Theta}_{2,i})|}{|F_{n,i} \dot{x}_{1,i}|}, \quad (15)$$

przy czym:

$$M_i = F_i r_{n,2,i}, \quad M_{ot,i} = \mu_{ot,i} r_{t,i} F_i, \quad M_{oc,i} = \mu_{oc,i} r_{c,i} F_i, \quad \dot{\alpha}_{n,i} = \sqrt{\frac{b_{n,i}^2 \dot{\Theta}_{2,i}^2 - \dot{x}_{2,o,i}^2}{x_{2,o,i}^2}},$$

gdzie:  $r_{c,i}$ ,  $r_{t,i}$  – promień wewnętrzny panewki pary obrotowej cylindra, tłoczyska,  $\mu_{c,i}$ ,  $\mu_{t,i}$  – współczynniki tarcia ruchowego w parach obrotowych cylindra, tłoczyska.

Po rozwiązaniu równań (13) ze względu na przyspieszenia kątowe i wprowadzeniu współrzędnych stanu:

$$Y_{1+k} = \dot{\Theta}_{1,i}, Y_{2+k} = \dot{\Theta}_{2,i}, Y_{3+k} = \Theta_{1,i}, Y_{4+k} = \Theta_{2,i}, Y_{5+k} = p_{1,i}, Y_{6+k} = p_{2,i}, \quad (16)$$

otrzymuje się równania:

$$\frac{dY_{1+k}}{dt} = \frac{1}{m_{t,i} r_{n,1,i}} (F_{n,i} - F_{kl,i}), \quad \frac{dY_{2+k}}{dt} |D_{1,i,j}| = |D_{\ddot{\Theta}_{2,i}}|,$$

$$\begin{aligned} \frac{dY_{3+k}}{dt} &= Y_{1+k}, \quad \frac{dY_{4+k}}{dt} = Y_{2+k}, \quad \frac{dY_{5+k}}{dt} = \frac{Q_{1,i} - Y_{1+k} r_{n,1,i}}{C_{1,i}}, \\ \frac{dY_{6+k}}{dt} &= \frac{Q_{2,i} + S_{2,i} Y_{1+k} r_{n,1,i}}{C_{2,i}}, \quad k = 6(i-1), \end{aligned} \quad (17)$$

gdzie: wyznaczniki  $|D_{1,i,j}|$  – układu równań ruchu,  $|D_{\ddot{\theta}_{2,i}}|$  – przyspieszeń w parach kinematycznych  $i$ .

Do rozwiązania równań można wykorzystać dowolną metodę całkowania numerycznego ze stałym lub zmiennym krokiem całkowania.

#### PRZYKŁAD LICZBOWY

Metodą symulacji komputerowej wyznaczono charakterystyki sprawności dla układu napędowego podnoszenia wysięgnika ładowarki Ł-1 ( $i = 2$ ) (2). Ważniejsze dane liczbowe przyjęto następująco:  $d_{c,2} = 0,12$  m,  $d_{t,2} = 0,08$  m,  $s_{t,2} = 0,8$  m,  $l_{t,2} = 0,12$  m,  $\mu_{ct,2} = 0,11$ ,  $\mu_{ut,2} = 0,3$ . Pozostałe wielkości określono w funkcji skoku  $s_{t,2}$ :  $x_{2,2,max} = 2,54 s_{t,2}$ ,  $x_{2,2,min} = 1,54 s_{t,2}$ ,  $l_{tt,2} = l_{c,2} = 1,4 s_{t,2} = 1,12$  m.

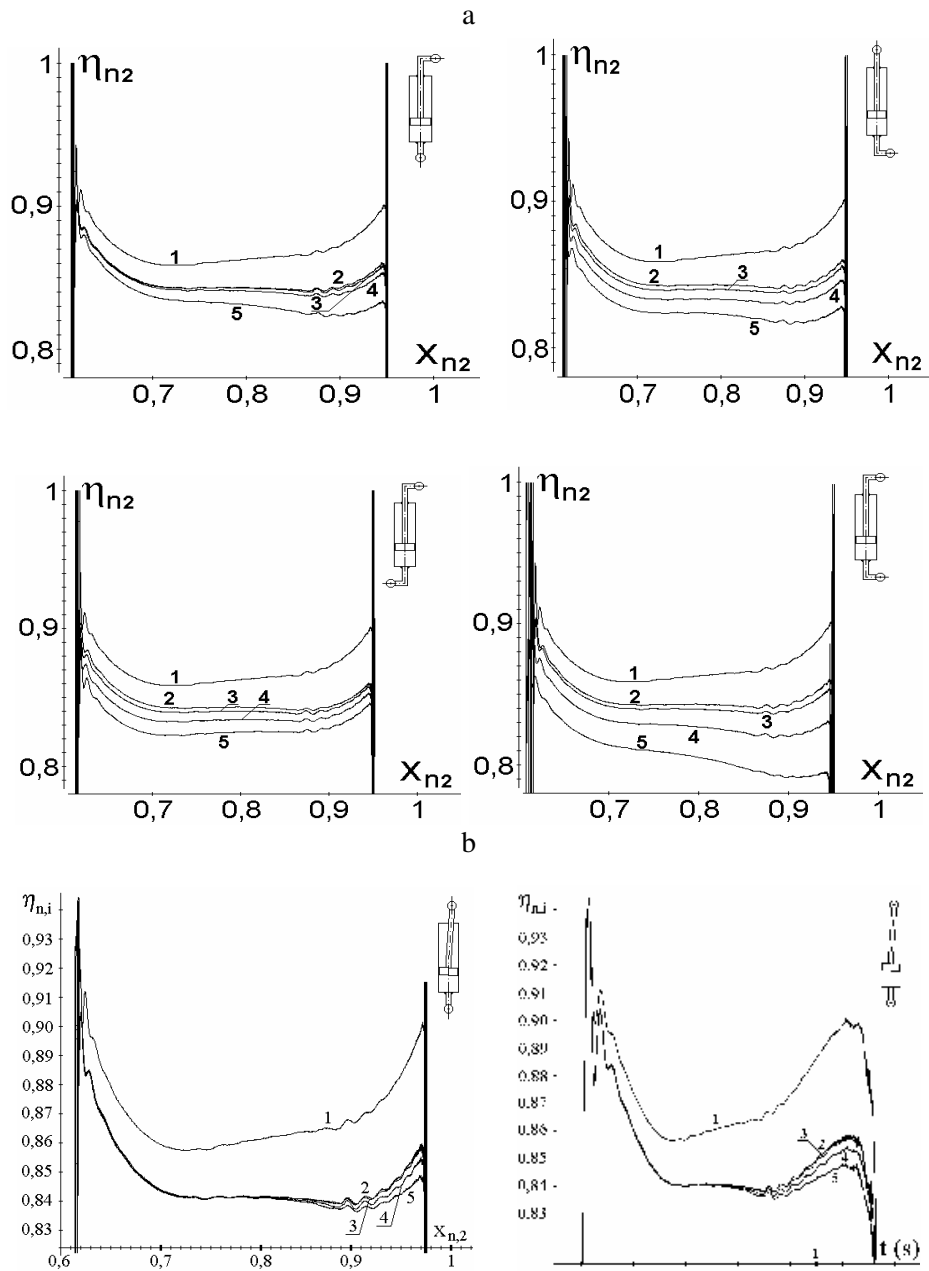
W celu określenia wpływu wymiarów  $l_{rc,2}$ ,  $l_{rt,2}$  i  $s_2$  oraz wartości względnego położenia tłka na sprawność, charakterystyki sprawności wyznaczono w funkcji  $x_{n,2} = x_{2,o,2} / x_{2,2,max}$  dla pełnego zakresu ruchu siłownika wysięgnika od  $x_{2,2,min}$  do  $x_{2,2,max}$  przy zastosowaniu sinusoidalnego „wzorca” prędkości, otrzymując kolejne przebiegi na poszczególnych rysunkach dla wymiarów  $l_{rc,2}$ ,  $l_{rt,2}$  (rys. 3a): przebiegi 1-0, przebiegi 2-0,001 m, przebiegi 3-0,01 m, przebiegi 4-0,03 m, przebiegi 5-0,06 m oraz wymiaru  $s_2$  (rys. 3b): przebiegi 1-0, przebiegi 2- $10^{-5}$  m, przebiegi 3- $10^{-4}$  m, przebiegi 4- $5 \cdot 10^{-4}$  m, przebiegi 5- $9 \cdot 10^{-4}$  m

Na rysunku 3a zamieszczono wyniki obliczeń dla czterech wariantów przesunięcia osi par obrotowych poza oś siłownika:

1. przyjęto wymiar  $l_{rc,2} = 0$  i zmieniano wymiar  $l_{rt,2}$ ,
2. przyjęto wymiar  $l_{rt,2} = 0$  i zmieniano wymiar  $l_{rc,2}$ ,
3. zmieniano oba wymiary, przy czym  $l_{rc,2} = l_{rt,2}$ ,
4. zmieniano oba wymiary, przy czym  $l_{rc,2} = -l_{rt,2}$ .

Na rysunku 3b przedstawiono charakterystyki sprawności jako funkcje wymiaru  $x_{n,2}$  i czasu  $t$ .





**Rys. 3.** Charakterystyki sprawności mechanicznej zespołu napędowego  
**Fig. 3.** Mechanical efficiency characteristics of drive system

## WNIOSKI

Zaproponowany model matematyczny układu napędowego umożliwia analizę i dobór parametrów kinematycznych i dynamicznych napędu przy uwzględnieniu wpływu tarcia wiskotycznego i suchego. Model stanowi „moduł”, który po dołączeniu do modelu matematycznego maszyny manipulacyjnej z więzami sztywnymi, tworzy model matematyczny uwzględniający podatność, tłumienie i tarcie suche w układach napędowych.

Na podstawie wyników obliczeń można sformułować następujące wnioski:

1. Największa sprawność zespołu napędowego bez uwzględnienia błędu nieosiowego położenia par obrotowych siłownika, wynosi ok. 90% i dla niewielkich wartości wymiarów  $l_{rc,2}$  i  $l_{rt,2}$  zmniejsza się do wartości ok. 84%, jest większa w pobliżu skrajnych położen tłoka.

2. W miarę zwiększania wartości wymiarów  $l_{rc,2}$  i  $l_{rt,2}$  sprawność maleje, przy czym dla wariantu  $l_{rc,2} = 0$ , sprawność maleje najwolniej a dla wariantu  $l_{rt,2} = l_{rc,2}$  najszybciej.

3. Wpływ wymiarów  $l_{rc,2}$  i  $l_{rt,2}$  na wartość i charakter przebiegu sprawności dla wariantów  $l_{rt,2} = 0$  i  $l_{rt,2} = -l_{rc,2}$  jest mniejszy, dla wariantu  $l_{rc,2} = 0$  nieco większy, a dla wariantu  $l_{rt,2} = l_{rc,2}$  największy.

4. Można przypuszczać, że warianty nieosiowego położenia par obrotowych, dla których  $l_{rc,2} \neq 0$  i  $l_{rt,2} \neq 0$  oraz  $s_2 \neq 0$ , najbardziej odzwierciedlają rzeczywistość.

5. Wpływ wartości wymiaru  $s_2$  na sprawność jest zauważalny dopiero po przekroczeniu połowy drogi wysuwu tłoka i maleje w miarę wysuwu tłoka.

## PIŚMIENNICTWO

- Borkowski W., Konopka S., Prochowski L., 2001. Dynamika maszyn roboczych. WNT, Warszawa.
- Brach I., Tyro G., 1986. Maszyny ciągnikowe do robót ziemnych. WNT, Warszawa.
- Gierulski W., Wójcik S., 1992. Rozwiązywanie równań modelu matematycznego w procesie symulacji komputerowej. Sterowanie i Napęd Hydrauliczny, Zeszyt 1/92, 9-12.
- Morecki A., Knapczyk J., Kędzior K., 2002. Teoria mechanizmów i manipulatorów. WNT, Warszawa.
- Stępniewski A. A., 2004. Modelowanie, planowanie i symulacja ruchu maszyn roboczych. Zeszyty Naukowe Wydz. Mech. Politechniki Koszalińskiej Nr 35, 230-237.
- Strzyżek S., 1997. Napęd hydrauliczny. WNT, Warszawa.
- Szydelski Z., 1980. Napęd i sterowanie hydrauliczne w pojazdach i samojezdnych maszynach roboczych. WNT, Warszawa.

---

MECHANICAL EFFICIENCY OF A DRIVE SYSTEM  
WITH HYDRAULIC CYLINDER  
WITH DRY FRICTION TAKEN INTO ACCOUNT

*Andrzej Anatol Stepniewski, Ewa Korgol*

Faculty of Fundamentals of Technology, University of Life Sciences in Lublin  
ul. Doświadczalna 50A, 20-236 Lublin  
e-mail: andrzej.stepniewski@up.lublin.pl

**Abstract.** A mathematical model of electrohydraulic drive system with hydraulic cylinder and steering system was developed. Torsion flexibility of the drive shaft, its torsion vibration consideration, viscous and dry friction, were included in the model. There was analysed the problem of increase in dry friction in consequence for out-of-alignment positioning of hydraulic cylinder rotational couplings with cylinder axis as affecting its mechanical efficiency. It was assumed that friction forces appear between piston rings and cylinder and also between piston rod and the seal. The friction force was iteratively computed from the static balance condition. The mechanical efficiency for the loader lifting-mechanism was computed.

**Keywords:** dynamics, hydraulic cylinder, dry friction, mechanical efficiency