

ACTA AGROPHYSICA



Jerzy Niewczas

**METODA OCENY ZMIAN JAKOŚCI MATERIAŁÓW ROLNICZYCH
PRZY ZASTOSOWANIU TABLIC PRZEJŚCIA**

94

**Instytut Agrofizyki
im. Bohdana Dobrzańskiego PAN
w Lublinie**

**Rozprawy i Monografie
Lublin 2003**

Komitet Redakcyjny

Redaktor Naczelny

prof. dr hab. Ryszard T. Walczak, czł. koresp. PAN

Zastępca Redaktora Naczelnego

prof. dr hab. Józef Horabik

Rada Redakcyjna

Tomasz Brandyk, czł. koresp. PAN - przewodniczący

Ryszard Dębicki

Bohdan Dobrzański

Danuta Drozd

Franciszek Dubert

Tadeusz Filipek

Józef Fornal

Jan Gliński, czł. rzecz. PAN

Grzegorz Józefaciuk

Eugeniusz Kamiński

Andrzej Kędziora

Tadeusz Kęsik

Krystyna Konstankiewicz

Janusz Laskowski

Jerzy Lipiec

Piotr P. Lewicki

Stanisław Nawrocki, czł. rzecz. PAN

Edward Niedźwiecki

Viliam Novák, Słowacja

Josef Pecen, Czechy

Stanisław Radwan, czł. koresp. PAU

Jan Sielewiesiuk

Witold Stępniewski

Zbigniew Ślipek

Bogusław Szot

Saturnin Zawadzki, czł. rzecz. PAN

Opiniowali do druku

Tadeusz Przybysz

Józef Horabik

Adres redakcji

Instytut Agrofizyki im. Bohdana Dobrzańskiego PAN, ul. Doświadczalna 4, P.O. Box 201
20-290 Lublin 27, tel. (0-81) 744-50-61, e-mail: editor@demeter.ipan.lublin.pl
<http://www.ipan.lublin.pl>

Publikacja indeksowana przez
Polish Scientific Journals Contents - Life Sci. w sieci Internet
pod adresem <http://www.psjc.icm.edu.pl>

© Copyright by Instytut Agrofizyki im. Bohdana Dobrzańskiego PAN, Lublin 2003

ISSN 1234-4125

Wydanie I. Nakład 150 egz. Ark. wyd. 11,0
Skład komputerowy: Ewa Hamera
Druk: Drukarnia *ALF-GRAF*, ul. Kościuszki 4, 20-006 Lublin

SPIS TREŚCI

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ	5
1. WSTĘP	7
2. PRZEGLĄD PIŚMIENNICTWA	9
3. CEL PRACY, POSTULATY I HIPOTEZY ROBOCZE	16
4. OPIS METODY	17
4.1. Podstawowe określenia	17
4.2. Identyfikacja kierunków zmian jakości	18
4.3. Tablica przejścia	21
4.4. Analiza częstości tablicy przejścia	22
4.4.1. Analiza rozkładu częstości diagonalnych	23
4.4.2. Analiza częstości kolumn	24
4.4.3. Analiza częstości wierszy	25
4.5. Kryteria oceny zmian elementów próbki materiału	25
4.6. Wskaźnik zmian jakości	29
4.7. Rozkłady częstości na wejściu i wyjściu a tablice przejścia	33
4.8. Znajdowanie ekstremalnych tablic przejścia i ekstremalnych wartości wskaźnika zmian jakości	35
4.8.1. Zastosowanie algorytmu simpleks	35
4.8.2. Algorytm ZZ i jego zastosowanie	37
4.9. Problemy istnienia rozwiązań i ich jednoznaczności	42
4.9.1. Rozwiązania dopuszczalne	42
4.9.2. Jednoznaczność rozwiązań ekstremalnych	44
4.10. Przedział wyznaczony przez ekstremalne wskaźniki zmian jakości	45
4.11. Wskaźniki pomocnicze	48
4.12. Oszacowanie częstości elementów podatnych i w pełni odpornych na zmiany dla próbek materiału klasy	50
4.13. Komputerowy program do analizy zmian jakości materiałów dla przyjętego kryterium oceny tych zmian	51
4.14. Analizowanie procesów zmian jakości materiału	52
5. ANALIZA ZMIAN ODPORNOŚCI NA PĘKANIE ZIAREN PSZENICY	
W PROCESIE SUSZENIA	53
5.1. Pęknięcia wewnętrzne w ziarnach zbóż	53
5.2. Materiał badawczy	57
5.2.1. Nawilżanie i suszenie ziaren	57
5.2.2. Detekcja, identyfikacja i ocena stanu pęknięć bielma	57
5.3. Metodyka analizy zmian odporności ziaren na pękanie	60
5.3.1. Sposób analizowania procesu suszenia ziaren	60
5.3.2. Klasyfikacja ziaren	60
5.3.3. Tablice przejścia T_{test}	60
5.3.4. Rozkład częstości diagonalnych	61
5.3.5. Kryterium oceny odporności ziaren	62

5.3.6. Wskaźnik odporności ziaren i jego własności	63
5.3.7. Przedział zmian odporności	64
5.3.8. Wskaźniki pomocnicze	65
5.4. Wyniki badań	65
5.4.1. Przygotowanie danych i analizy wstępne	65
5.4.2. Tablice przejścia	69
5.4.3. Analiza rozkładów częstości diagonalnych	71
5.4.4. Przedziały oszacowań częstości ziaren podatnych na pękanie	71
5.4.5. Zmiany wskaźników odporności klas ziaren w procesie suszenia	73
5.4.6. Przedziały zmian odporności próbki ziaren w procesie suszenia	73
5.4.7. Wskaźniki pomocnicze	74
5.5. Podsumowanie wyników	75
6. ANALIZA TRWAŁOŚCI AGREGATÓW GLEBOWYCH	78
6.1. Agregaty glebowe, ich trwałość i wskaźniki służące do jej opisu	78
6.2. Materiał badawczy i metodyka laboratoryjnego oznaczania wodoodporności agregatów glebowych	79
6.3. Metodyka analizy trwałości agregatów	81
6.3.1. Zmiany jednokierunkowe	82
6.3.2. Zmiany dwukierunkowe	86
6.4. Wyniki badań	96
6.4.1. Zmiany jednokierunkowe	96
6.4.2. Zmiany dwukierunkowe	111
6.5. Dyskusja	123
6.5.1. Analiza jednokierunkowych zmian agregacji	123
6.5.2. Analiza dwukierunkowych zmian agregacji	126
7. PODSUMOWANIE	129
8. WNIOSKI	135
9. PIŚMIENNICTWO	139
10. STRESZCZENIE	143
11. SUMMARY	144

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

ASI – wskaźnik trwałości agregatów, - ;

$Cum(we)$ – szereg kumulacyjny rozkładu częstości na wejściu; są to kolejne sumy częściowe elementów tego rozkładu: $[p_1, p_1 + p_2, \dots, \sum_{s=1}^k p_s]$

$Cum(wy)$ – szereg kumulacyjny rozkładu częstości na wyjściu; są to kolejne sumy częściowe elementów tego rozkładu: $[q_1, q_1 + q_2, \dots, \sum_{s=1}^k q_s]$

$diag$ = $[d_0, d_1, d_2, \dots, d_{k-2}, d_{k-1}]$ – rozkład częstości diagonalnych dla zmian jednokierunkowych;

$Diag$ = $[D_{-(k-1)}, D_{-(k-2)}, \dots, D_{-2}, D_{-1}, D_0, D_1, D_2, \dots, D_{k-2}, D_{k-1}]$ – rozkład częstości diagonalnych dla zmian dwukierunkowych;

GRI – wskaźnik odporności ziaren na pękanie, - ;

k – liczba klas jakości;

$kl_1, kl_2, \dots, kl_k$ – symbole kolejnych klas jakości;

l_{ij} – liczba elementów próbki, które przeszły z klasy jakości o numerze i do klasy o numerze j (gdy $j \neq i$) lub pozostały w tej samej klasie i (gdy $j = i$);
 $l_{ij} \leq N, \quad l_{ij} \leq m_i, \quad l_{ij} \leq n_j \quad (i, j = 1, 2, \dots, k; \text{ dla zmian jednokierunkowych } i \rightarrow j);$

MCI – wskaźnik zmian jakości materiału, - ;

MCI_{min}, MCI_{max} – ekstremalne wskaźniki zmian jakości, - ;

MCI_{min}, MCI_{max} – przedział zmian jakości;

MCI_{test} – wskaźnik zmian jakości testowanej próbki materiału, - ;

MRI – wskaźnik odporności materiału, - ;

$m_1, m_2, \dots, m_k$ – liczba elementów próbki w kolejnych klasach na wejściu,
 $\sum_{s=1}^k m_s = N;$

N – liczba elementów próbki;

$n_1, n_2, \dots, n_k$ – liczba elementów próbki w kolejnych klasach na wyjściu,
 $\sum_{s=1}^k n_s = N;$

$p_{ij} = l_{ij}/N$ – częstości względne tablicy przejścia (względem liczby elementów próbki), $\sum_{j=1}^k p_{ij} = 1$; częstości p_{ij} mogą być wyrażane względem masy próbki materiału, a nie względem jej liczebności;

$P_{ij} = 100p_{ij}$ – częstości p_{ij} wyrażone w procentach, $\sum_{i,j} P_{ij} = 100\%;$

$p_s = m_s/N$ – częstości względne w kolejnych klasach $s = 1, 2, \dots, k$ na wejściu,
 $\sum_{s=1}^k p_s = 1$;

$P_s = 100 p_s$ – częstości p_s wyrażone w procentach, $\sum_{s=1}^k P_s = 100\%$;

$qMCI$ – wskaźnik jakości zmian materiału, % ;

$q_s = n_s/N$ – częstości względne w kolejnych klasach $s = 1, 2, \dots, k$ na wyjściu,
 $\sum_{s=1}^k q_s = 1$;

$Q_s = 100 q_s$ – częstości q_s wyrażone w procentach, $\sum_{s=1}^k Q_s = 100\%$;

T_{test} – tablica przejścia testowanej próbki materiału;

T_{min}, T_{max} – tablice przejścia odpowiadające ekstremalnym wskaźnikom zmian jakości;

$\mathbf{we} = [p_1, p_2, \dots, p_k]$ – rozkład częstości na wejściu;

$\mathbf{wy} = [q_1, q_2, \dots, q_k]$ – rozkład częstości na wyjściu;

MCI – bezwzględny zakres zmian jakości, - ;

MCI – względny zakres zmian jakości, % ;

– klasa próbek materiału o ustalonych rozkładach częstości na wejściu i na wyjściu.

1. WSTĘP

Wiele materiałów rolniczych charakteryzuje się dużą zmiennością cech świadczących o ich jakości. Nawet materiał wyrównany jakościowo pod względem jednej cechy, może okazać się bardzo zróżnicowany pod względem innej, o istotnym znaczeniu dla jego jakości. Zagadnienie zmienności cech fizycznych i chemicznych, rzutujących na właściwości technologiczne materiałów roślinnych nadal jest przedmiotem badań wielu ośrodków naukowych w świecie. Duża zmienność tych materiałów, poczynając od surowców, poprzez półprodukty, a kończąc na gotowych produktach, następcza szeregu trudności technologom wszędzie tam, gdzie materiały te poddawane są dalszej obróbce, przetwarzaniu, czy przechowywaniu. Często mówi się, że warunkiem postępu technologicznego w przetwórstwie rolniczym jest przede wszystkim umiejętność pozyskiwania surowca o wysokim stopniu ujednolicenia pożądaných cech. Ale nierzadko nawet jednolity materiał przekształca się pod wpływem określonego czynnika w bardzo zróżnicowany.

Do materiałów rolniczych można zaliczyć także glebę. Szereg jej właściwości również ulega zmianom, przy czym zmiany o charakterze sezonowym są najbardziej zauważalne. Jedną z takich właściwości jest stan agregacji, który jest oceniany przede wszystkim pod kątem przydatności gleby do różnego rodzaju upraw. Agregaty glebowe ulegają ciągłym zmianom (jedne rozpadają się, a z innych powstają nowe) wskutek działania zabiegów agrotechnicznych, roślinności i warunków atmosferycznych, w szczególności pod wpływem temperatury i wody.

Jakość elementów materiału rejestrowana jest w określonym momencie i dla tego momentu jest "ważna". O wartości materiału świadczą nie tylko stany chwilowe jego elementów, ale również ich łatwość ulegania zmianom, albo przeciwnie – ich stałość (trwałość, stabilność), czyli niezmiennność jakości materiału. Stąd też materiały rolnicze charakteryzowane bywają jako podatne (wrażliwe) bądź jako odporne na działanie pewnych czynników [4,27,79,83].

Określony kierunek zmian jakości materiału oceniany bywa pozytywnie (dojrzewanie owoców) albo negatywnie (ich psucie się). Z punktu widzenia ekonomicznego zmiany jakości materiału oceniane negatywnie charakteryzowane są często jako straty. Również podatność lub odporność materiału może być oceniana rozmaicie.

Czynniki mogą oddziaływać na materiały w sposób niezamierzony lub zamierzony przez człowieka, czyli celowy. Mogą to być działania krótkotrwałe (zdarzenia przypadkowe lub zabiegi) bądź też długotrwałe procesy, nawet wieloletnie. W obu przypadkach efekty tych działań mają najczęściej charakter losowy. Niekiedy zmiany jakości są nieuchronną konsekwencją pewnych naturalnych procesów, np. starzenia się materiału siewnego, dojrzewania owoców lub psucia się dojrzałych.

Materiały rolnicze podlegają najczęściej procesom powodującym jednokierunkowe zmiany cech i w dodatku są to zmiany nieodwracalne, jak w przypadku dojrzewania lub psucia się owoców. Zdarzają się jednak materiały podlegające takim procesom, które w pewnych warunkach powodują przynajmniej częściową rekonstrukcję wcześniejszych stanów ich elementów. Są to zmiany dwukierunkowe. Jako przykład może posłużyć rozpad i sklejanie się agregatów glebowych pod wpływem działania wody. W obu przypadkach część materiału nie ulegająca zmianom jest zazwyczaj przedmiotem szczególnej uwagi.

W prezentowanej pracy rozpatrywane są zmiany jakości powszechnie występującej grupy materiałów, a mianowicie takich, które składają się z wyróżnialnych, odrębnych elementów. Mogą to być typowe materiały granularne, jak np. ziarna zbóż i agregaty glebowe, ale także owoce drzew, krzewów i innych roślin, nitki makaronu. Cechami świadczącymi o jakości materiałów są zarówno cechy niemierzalne jak i mierzalne. Nie zakłada się niczego o typie ich rozkładów, gdyż może on ulegać zmianom. Dla wymienionych materiałów cechami jakości mogą być: wskaźnik uszkodzeń ziarna zbóż, średnica agregatu glebowego, ocena organoleptyczna określająca dojrzałość owocu, masa nitki makaronu. Cechy te mogą być badane w kontekście takich problemów jak np. podatność ziaren zbóż na pękanie w wyniku zastosowanego procesu suszenia, łatwość dojrzewania owoców w określonych warunkach przechowywania, odporność agregatów glebowych na rozpad pod wpływem działania wody, podatność makaronu na kruszenie się podczas pakowania, transportu i magazynowania.

Duża zmienność cechy materiału, będącej podstawą oceny jakości, jest zachętą do klasyfikowania jego elementów. W praktyce łatwiej bowiem posługiwać się kilkoma klasami jakości niż całym zakresem cechy wartościującej elementy materiału. W niniejszej pracy założono, że każdemu elementowi rozpatrywanej populacji można przypisać wartość pewnej cechy X co najmniej na skali porządkowej i że cecha ta stanowi podstawę klasyfikacji jakościowej materiału. Zakłada się zatem, że między zakresami cechy X z kolejnych klas kl_1 , kl_2 , ..., kl_k zachodzą relacje porządkujące " $>$ " albo " $<$ ", przy czym kierunek uporządkowania klas zależy od konkretnej sytuacji, najczęściej wiąże się z przyjętym kryterium oceny zmian. Najlepiej, gdy zakresy klas skrajnych są tak ustalone, aby obejmowały wszystkie możliwe przypadki ocen elementów materiału, jakie mogą się zdarzyć w całej jego populacji, w tym zarówno przed jak i po działaniu badanego czynnika. W testowanej próbce materiału nie muszą więc wystąpić wszystkie klasy jakości, szczególnie skrajne.

Niekiedy zmiany jakości materiału pod wpływem określonego czynnika badane są odrębnie (niezależnie) dla każdej z klas z osobna. Jednakże wyniki takich badań nie uprawniają do wnioskowania o zmianach jakości materiału w populacji, o ile nie wiążą ze sobą klas poprzez częstości szeregu rozdzielczego, reprezentującego badaną

cechę w tej populacji [23]. Znajomość zachowania się wszystkich klas materiału (łącznie) jest szczególnie przydatna właśnie w przypadku jego dużej niejednorodności i podatności na zmiany. Materiał należący do różnych klas bardzo często charakteryzuje się odmienną strukturą, teksturą, a nawet składem chemicznym i w związku z tym nie reaguje jednakowo na działanie określonego czynnika.

W niektórych przypadkach nie ma znaczenia w jaki sposób elementy materiału przechodzą ze stanów przed działaniem pewnego czynnika do stanów po jego działaniu, czyli na drodze wejście – wyjście lub jakie stany przybierają w określonych momentach procesu. Interesujące bywają jedynie rozkłady częstości przed i po działaniu tego czynnika. Mało tego, istotne znaczenie może mieć jedynie rozkład częstości na wyjściu, czyli skutek działania określonego zdarzenia, zabiegu lub procesu. Są to jednak podejścia bardzo uproszczone, czysto utylitarne.

Potrzeba analizy zmian jakości materiałów rolniczych jest bezsporna. Z teoretycznego jak i praktycznego punktu widzenia może być ważna zarówno precyzyjna ocena zmian jakości elementów materiału poddanych danemu zabiegowi (lub procesowi), jak i ocena zmian, którą może spowodować zastosowanie określonego zabiegu (procesu), co z kolei może być przydatne do jego ulepszenia. Problem polega na tym, by w razie potrzeby móc efektywnie pozyskiwać i wykorzystywać informacje z pomiarów związanych z określaniem jakości elementów materiału.

2. PRZEGLĄD PIŚMIENNICTWA

Ogromne bogactwo i różnorodność metod oceny zmian jakości materiałów rolniczych sprawiają, że można je grupować i charakteryzować w najrozmaitszy sposób. W przedstawionym przeglądzie zaakcentowano te ich cechy, które grupują i różnicują je z punktu widzenia sposobu definiowania miar jakości (lub ich zmian) dla całej próbki testowanego materiału, tworzonych na podstawie bezpośrednich wyników pomiaru lub obserwacji. Miary takie bardzo często, chociaż nie zawsze poprawnie, nazywane są wskaźnikami, współczynnikami itp. Właściwości tych miar miały wpływ na wybór i celowość podjętych badań. Najwięcej uwagi poświęcono metodom oceny zmian agregacji gleb, a to ze względu na znacząco odbiegającą od innych specyfikę tych metod oraz rozwiniecie badań autora szczególnie w tym kierunku.

Pojęcie jakości, jako jednej z kategorii filozoficznych, wprowadził Platon (427-347 p.n.e.). Jakość określił jako pewien stopień doskonałości: “jakość, jak piękno – jest sądem wartościującym, wyrażonym przez użytkownika. Jeśli nie ma użytkownika, to nie ma sądu”. Współcześnie jakość określa się jako cechę lub

zespół cech odróżniających dany przedmiot od innych, bądź też całokształt cech danego przedmiotu, istotnych ze względu na jego strukturę wewnętrzną oraz ze względu na jego stosunki, oddziaływanie i związki z otoczeniem (Skrzypek, [64]). Podobne, bardzo zwarte określenia jakości znajdują się w słownikach, encyklopediach i leksykonach.

We wspomnianej książce [64] można znaleźć wiele innych, bardzo interesujących określeń i sentencji na temat jakości z pogranicza filozofii i ekonomii. A oto wybrana para, dotycząca miar jakości: “zadowolenie, to bardzo dobra i wiarygodna miara jakości” (E. Skrzypek); “jakość może być precyzyjnie mierzona przez najstarszy i najbardziej respektowany instrument, jakim jest pieniądz” (P. Crosby).

W Leksykonie PWN [38] można przeczytać, że “zmiana jakościowa, to zmiana danego przedmiotu (zjawiska) powodująca istotne różnice między dwoma jego stanami, powstała wskutek pojawienia się nowych cech czy właściwości lub wskutek zmiany struktury danego przedmiotu; w wyniku zmiany jakościowej dokonują się takie przeobrażenia przedmiotów, które sprawiają, że tracą one swą dawną jakość (pewne istotne dla niej cechy) pod danym względem”. Niniejsza praca dotyczy takich zmian jakości, które nie necessarily powodują występowanie istotnych różnic między dwoma stanami przedmiotów, przynajmniej w sensie statystycznym. Trudno bowiem uznać, że każda zmiana klasy jakości powoduje istotne różnice właściwości przedmiotu, gdy podział na klasy jest umowny, a wspomniane właściwości mają charakter ciągły, czy też dyskretny. W takich przypadkach nawet niewielka zmiana właściwości przedmiotu może spowodować zmianę klasy jakości.

Bardziej konkretne definicje jakości, a zatem i metody ich badania, zależą od dziedzin, których dotyczą (technologia, ekonomia, rolnictwo, ...). Stosowane np. w przedsiębiorstwach wytwórczych definicje jakości wg Wasilewskiego [82] można podzielić na dwie grupy, w których jakość, to:

- zbiór wartości cech reprezentowanych przez wyrób,
- stopień (poziom), w jakim wyrób spełnia funkcję, do których jest przeznaczony.

Autor ten zauważa, że przy ocenie jakości w praktyce napotykamy się z koniecznością agregowania danych. Zwraca również uwagę, że ocena jakości produktów ulega zmianom w czasie.

W technologii ocena jakości związana jest z kontrolą odbiorczą (przyjmowanie albo odrzucanie produktów, a nawet całych partii, które nie spełniają określonych wymagań) lub kontrolą bieżącą (zapobieganie powstawaniu usterek w trakcie produkcji) [66]. Bardzo często ocena jakości kojarzona jest z kontrolą dokładności wykonywanych przedmiotów. W tym celu tworzone są tzw. plany badań i procedury odbioru wg określonych norm [82]. Dokładność i precyzja procesów produkcyjnych, ich stabilność (zdolność do zachowania zadanej dokładności i precyzji w czasie), badanie wadliwości przedmiotów, analiza

tendencji w procesie produkcyjnym i analiza rozkładów niezawodności współcześnie wykonywane są coraz częściej w sposób automatyczny, za pomocą odpowiednich systemów informatycznych, np. STATISTICA Industrial System (Internet: www.statsoft.pl). Systemy te służą do automatycznego sterowania produkcją lub przynajmniej wspomagają to sterowanie.

Badania jakości i jej zmian na poziomie surowców roślinnych lub nawet półproduktów są dalekie od tego rodzaju automatyzacji. Niejednokowy rozwój i dojrzewanie roślin uprawnych, np. rzepaku, są przyczyną wielu kłopotów technologicznych już we wstępnych fazach przetwarzania surowca [73,75]. Niejednorodność surowca rzutuje tym samym na wynikającą stąd jakość produktu końcowego, w tym przypadku oleju. Z tego względu podejmowane są kompleksowe badania, obejmujące jednocześnie wiele cech jakościowych materiału, a zarazem badane są one w kolejnych etapach – począwszy od zbioru, poprzez suszenie, przechowywanie, aż po warunki produkcji [61]. Badania takie mają bardzo duże znaczenie praktyczne. Mają one na celu poprawę możliwości pozyskiwania jednorodnego i dobrego jakościowo surowca, który zapewni dobry produkt końcowy, a zarazem pozwalają ograniczać straty materiału poprzez wypracowanie właściwych procedur zbioru, suszenia i przechowywania [76]. Aby jednak wyniki takich badań w pełni oddawały obraz problemów, należałoby zwracać w nich więcej uwagi na zmienność badanych cech. Ma to szczególne znaczenie przy kumulacyjnym wpływie czynnika czasu.

Metody oceny wielu cech jakości różnych materiałów rolniczych są znormalizowane. Opisują je odpowiednie normy, np. dotyczące ziarna zbóż, rzepaku i nasion innych roślin uprawnych (Internet: www.pkn.pl). Metody te są ciągle doskonałe i rozwijane. Niekiedy ta sama cecha jakości z upływem czasu bywa inaczej rozumiana, a w związku z tym może być inaczej mierzona, wyrażana i oceniana. Każda z tych metod obejmuje dwa współzależne elementy metodyczne: metodykę pomiaru i metodykę statystyczną. Za spinającą je klamrę można uznać miarę jakości testowanej próbki materiału, wyrażającą wyniki pomiarów w sposób bezpośredni bądź też złożony.

Równolegle z rozwojem metod pomiaru są również doskonałe i rozwijane metody statystyczne. Można je podzielić na metody opisu i wnioskowania statystycznego. Pierwsze z nich, na podstawie zdobytych informacji o próbie, dostarczają wartości miar położenia, rozproszenia (zmienności) i współzależności cech, a drugie, wykorzystując te informacje, pozwalają stawiać określone hipotezy o wspomnianych miarach, najczęściej w odniesieniu do całej populacji i weryfikować je z określonym ryzykiem błędu wnioskowania [23].

Do konstruowania metod opisu statystycznego konieczna jest znajomość pewnych ogólnych właściwości metody pomiarowej, np. właściwości skali pomiarowej, którą ona generuje. Niezbędna jest również wiedza o tym, czy w trakcie

pomiaru elementy materiału ulegają zniszczeniu. Natomiast metody wnioskowania statystycznego wymagają jeszcze dodatkowych informacji – odnośnie rozkładu miary jakości, liczebności próbki lub liczby powtórzeń pomiarów. Ponadto metody wnioskowania statystycznego określają sposób interpretacji wyników testowania.

Możliwość stosowania konkretnych miar położenia i rozproszenia zależy od skali pomiarowej danej cechy. Najczęściej stosowanymi miarami położenia są: wartość modalna, mediana i średnia arytmetyczna. Mniej popularne, to środek przedziału zmienności, średnia ważona, geometryczna i harmoniczna. Do najczęściej stosowanych miar rozproszenia zalicza się kwartyle, szerokość przedziału zmienności, wariancję (lub odchylenie standardowe), współczynnik zmienności. Mniej popularne, to entropia rozkładu, dyspersja, odchylenie średnie.

Jakość materiałów bywa wyrażana za pomocą różnych miar. Najczęściej są to wspomniane miary położenia. Jeśli jest nią np. średnia arytmetyczna, to reprezentuje ona średnią jakość całej próbki materiału. Jest ona najczęściej stosowana, gdyż z różnych względów jest najwygodniejszą miarą jakości testowanej próbki materiału. Odpowiadającą jej miarą rozproszenia (odchylenia od średniej), również najczęściej spotykaną, jest odchylenie standardowe.

Agregacja gleb oznaczana jest zwykle przy pomocy metody sitowej [80] na podstawie pobranej próbki o określonej masie. Wynikiem tego oznaczania jest rozkład częstości agregatów wg ustalonej klasyfikacji. Rozkład ten jest podstawą do określania różnych miar agregacji. Dla wyrażenia rozkładu wymiarów agregatów zaproponowano więc różne wskaźniki [3,21,58,71,80]. W niektórych z nich, np. w tzw. procentach wagowych agregatów [3,21], wykorzystywane są tylko wybrane frakcje agregatów. Bardziej uniwersalne to te, w których wykorzystywane są wszystkie frakcje. Niektóre spośród nich (np. wskaźnik rozpylenia [7] i zbrylenia [7,59]), wyrażane są za pomocą stosunku ilości agregatów o średnicach większych od określonej wartości do ilości mniejszych od niej. Hillel [30] podaje, że jeśli wymagany jest pojedynczy parametr charakteryzujący rozkład agregatów, to należy przypisać każdej klasie o określonych granicach średnic odpowiedni czynnik ważący. Dlatego dużą grupę tych miar stanowią różnie zdefiniowane średnie, np. średnia ważona średnic agregatów [9,11,77,78,93], arytmetyczna średnia ważona średnic [9,11,77,78,93] i średnia geometryczna średnic [8,21]. Do tej grupy można również zaliczyć wskaźnik agregacji opracowany w Instytucie Agrofizyki PAN [15]. Jest on próbą wyrażenia jakości agregacji gleby z punktu widzenia rolniczego, gdyż poszczególnym frakcjom agregatów przypisano wagi odpowiadające ich rolniczemu znaczeniu. Najbardziej preferowane są agregaty klas środkowych, gdyż przypisano im największe wagi.

Jeśli elementy materiału podczas badania ich jakości ulegają zniszczeniu, to miara zmian jakości tego materiału określana jest często jako różnica miar jakości

dwu niezależnie pobranych próbek - przed i po działaniu określonego czynnika. Jeśli są nimi średnie (arytmetyczne), to oceną zmian jakości jest po prostu różnica tych średnich. Dzięki temu, gdy tylko spełnione są odpowiednie założenia (m.in. odnośnie rozkładu cechy), to istnieje możliwość precyzyjnego testowania hipotez dotyczących zmian jakości (testy istotności, przedziały ufności).

Jeszcze bardziej precyzyjnie można oceniać i testować zmiany jakości materiału, gdy procedura jej pomiaru ma charakter nieniszczący. Wtedy zazwyczaj elementy badanej próbki można identyfikować podczas pomiarów. Jeśli zmianom ocen jakości tego samego elementu w dwu wybranych momentach można przypisać różnice tych ocen, wówczas oceną zmian jakości materiału jest najczęściej średnia różnica ocen jakości każdego z elementów badanej próbki. W takim przypadku test istotności zmian materiału polega na zbadaniu, czy średnia różnica ocen jest zerem lub czy wyznaczony dla niej przedział ufności pokrywa zero. Rozkład różnic daje jedynie informacje o ich wielkości, natomiast nie daje informacji o tym, w wyniku jakich zmian powstały te różnice.

Jeśli w trakcie pomiarów elementy materiału nie ulegają zniszczeniu i można je ściśle identyfikować, to wyniki badań zmian jakości bywają zapisywane w roboczych tabelach, w których podawane są np. numery tych elementów oraz odpowiadające im wyniki pomiarów – na wejściu i na wyjściu lub w określonych chwilach procesu (przykład: tabela 11 w Rozdz. 5.4.1). Na ich podstawie można zestawić tzw. tablice przejścia, zawierające częstości przejścia elementów próby z klas wejściowych do klas wyjściowych. Tablice przejścia są wygodną i przejrzystą formą zapisu zmian analizowanej próbki materiału. Dostarczają znacznie więcej informacji niż para rozkładów częstości na wejściu i wyjściu lub rozkład różnic. Wskazują w jaki sposób przekształciły się elementy poszczególnych klas materiału pod wpływem badanego czynnika, tzn. jakie jego części i z których klas weszły w skład innych klas na wyjściu, a jaka część elementów nie uległa zmianom. W tabeli 1 (Rozdz. 4.3) przedstawiono przykład tablicy przejścia próby materiału, której elementy sklasyfikowano w $k=4$ klasach jakości (dane fikcyjne). Tablice (lub inaczej: macierze) przejścia mają bardzo szerokie zastosowania – w rachunku prawdopodobieństwa (np. w teorii procesów Markowa), w badaniach operacyjnych i w teorii grafów (np. do minimalizacji kosztów transportu) [6,16,18,19,28,29,32,34,66].

Z punktu widzenia metodycznego oznaczanie wodoodporności agregatów glebowych metodą sitową [79,80] charakteryzuje się bardzo specyficzną procedurą pomiarową. Nie ma tu możliwości identyfikacji każdego elementu materiału z osobna – ich przynależność do klas określana jest masowo. Nie mniej jednak, do oznaczania wodoodporności używana jest ta sama „masa agregatowa” – przesiewana przed i po destrukcyjnym działaniu wody.

Do charakteryzowania zmian agregacji gleby również stosowane są rozmaite miary, nazywane wskaźnikami wodoodporności, trwałości, stabilności [3,15,71,80]. Wskaźniki wodoodporności, rozumiane jako miara zmian agregacji, zwykle wyrażane są poprzez różnice [9,11,77] lub stosunki miar agregacji [15]. W dostępnej literaturze nie znaleziono prac, w których testowana była istotność zmian agregacji pod wpływem działania czynników destrukcyjnych. Stosowane testy statystyczne używane były np. przez Bryana [3] do porównań miar wodoodporności różnych gleb, ich grup oraz skuteczności tych miar w rozróżnianiu gleb. Dębicki [13] testował wybrane miary dla różnych gleb pod kątem ich użyteczności rolniczej.

Bryan [3] wykazał, że chociaż wiele spośród testowanych przez niego miar było bezspornie skutecznych w dostrzeganiu różnic między badanymi glebami, to nie były one wystarczająco adekwatne do opisu kompletnych charakterystyk agregacji gleb. Walczak i Witkowska [80] stwierdzili, że stosowane miary agregacji (a zatem i zmian agregacji) są jeszcze dalekie od doskonałości i nie mogą być preferowane jako uniwersalne. Widocznym niedostatkiem wielu dotychczasowych miar wodoodporności jest ich niekompletność. Uwzględniają one informacje tylko o części agregatów (nie ulegających zmianom). Z dostępnej literatury wynika, że żadna z dotychczasowych miar nie uwzględnia zróżnicowania stopnia rozpadu i sklejania się pozostałej części agregatów.

Walczak i Witkowska [79] udoskonalili metodę przesiewania w wodzie służącą do określania wodoodporności agregatów glebowych. Zaproponowali przesiewanie każdej frakcji agregatów oddzielnie. Poprzednio stosowana procedura pomiarowa Miczyńskiego (cytat z [79]) miała szereg wad, m.in. wskaźnik wodoodporności był określany jako różnica zawartości różnych frakcji przed i po przesianiu w wodzie. Obserwując przyrost ilości agregatów o małych średnicach nie można było określić, rozmycie jakich frakcji powodowało ten przyrost i czy małe agregaty również są wodoodporne. W nowej metodzie pomiarowej do oceny wodoodporności używa się wszystkich frakcji agregatów badanej gleby. Dzięki temu uzyskuje się informacje nie tylko o trwałości każdej frakcji oddzielnie, lecz także otrzymuje się rozkłady agregatów, będące wynikiem rozpadu konkretnych frakcji wejściowych pod wpływem destrukcyjnego działania wody. Obie te grupy informacji są niezwykle cenne i powinny być wykorzystane łącznie – w nowo zdefiniowanej mierze, która dokładniej niż dotychczasowe odzwierciedlałyby zmiany agregacji. Aby je wyraźnie dostrzec i móc odpowiednio wykorzystać, należy je zapisać w formie tablicy przejścia.

Jak już wspomniano, wielu autorów (m.in. Dobrzański i in. [15]) konstruowało miary wodoodporności na bazie rozkładu agregatów wejściowych, przypisując każdej frakcji stosowną wagę. Preferując większe znaczenie jednych klas kosztem innych (poprzez zadane wagi), niejako z góry przesądza się o sku-

teczności takiej miary, np. tylko w odniesieniu do ograniczonej grupy gleb lub do ograniczonego zakresu upraw, czy też nawet do określonej kombinacji gleb i upraw. Znalezienie takich wag wymaga bardzo wielu eksperymentów, co podkreślają sami autorzy [80]. Bardziej racjonalne wydaje się zróżnicowanie wag w zależności od liczby klas, o jaki następuje rozpad lub sklejanie się agregatów. Wówczas, obliczając tak zdefiniowaną wodoodporność dla poszczególnych klas lub łącznie, dla całej próbki glebowej, można obiektywnie ocenić jej znaczenie dla konkretnych upraw.

Z argumentacji tej wynika, że do efektywnego przedstawiania zmian jakości dużej grupy materiałów celowe jest stosowanie tablic przejścia. Celowe jest również, by odpowiednio ważone częstości tej tablicy wykorzystać do zdefiniowania miary zmian jakości ocenianej próbki materiału. Dla kompletności, dla tego rodzaju “miary położenia”, celowe jest również zdefiniowanie odpowiadającej jej “miary rozproszenia”. Przy badaniu zmian jakości interesująca jest bowiem znajomość możliwego zakresu tych zmian dla testowanej próbki materiału i czy zgodnie z przyjętym kryterium zaistniałe zmiany można ocenić korzystnie, czy też nie i ewentualnie w jakim stopniu. Przełożenie tego rodzaju ocen na wnioskowanie statystyczne (testy istotności, przedziały ufności), w tym na całą populację materiału, jest znacznie trudniejszym problemem i jego rozwiązanie wymaga jeszcze czasu. Na obecnym etapie można sugerować wykorzystanie istniejących już testów statystycznych w odniesieniu do pewnych częstości (lub ich grup) tablicy przejścia oraz do rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu. Testy takie przynajmniej pośrednio lub częściowo wypełniają ten brak.

Tablice przejścia można stosować do konstrukcji różnych miar zmian jakości materiału. Po raz pierwszy Niewczas i in. [46] wykorzystali informacje zapisane w tablicy przejścia do określenia wskaźnika odporności ziaren na pękanie. Próby ziaren różnych odmian poddawano obciążeniom dynamicznym i notowano odpowiednio sklasyfikowany stan ich pęknięć przed i po obciążaniu. Wówczas jednak do określenia wskaźnika odporności wykorzystano jedynie częstości dotyczące braku zmian stanu pęknięć w ziarnach wszystkich klas łącznie. Wykorzystanie całej tablicy przejścia do oceny zmian jakości materiału ziarnowego podał Niewczas po raz pierwszy w pracy [45]. Z kolei w pracach [48,49] zastosowano tę metodę do oceny zmian agregacji gleb. Zmodyfikowano w nich kryterium oceny zmian jakości stosowane dla ziaren. Dla kompletności, niniejsza praca przedstawia wcześniej już opublikowane, lecz uporządkowane i ujednolicone fragmenty metody wraz z przykładami oraz jej rozwinięcie na zmiany dwukierunkowe, a ponadto zawiera szereg innych, oryginalnych elementów metodycznych, opracowanych przez autora.

3. CEL PRACY, POSTULATY I HIPOTEZY ROBOCZE

Celem niniejszej pracy jest opracowanie opisowej metody analizy zmian jakości testowanej próbki materiału rolniczego o elementach wyróżnialnych przy zastosowaniu informacji zawartych w tablicy przejścia. Przy jej opracowywaniu kierowano się następującymi postulatami:

- podstawową (punktową) miarą zmian powinien być odpowiednio skonstruowany wskaźnik zmian jakości (*MCI*), przydatny dla jak największej grupy materiałów, w jak najszerszym kontekście problemów z nimi związanych, np. odporności, trwałości, podatności na działanie różnych czynników i procesów, zarówno losowych jak i zamierzonych – przy wykorzystaniu jak najszerszego wachlarza metod pomiarowych, służących do oznaczania jakości materiału,
- opracowana metoda powinna również umożliwić znajdowanie przedziału, w zakresie którego mogą zmieniać się wartości wskaźnika analizowanej próbki materiału, stosownie do przyjętego kryterium oceny tych zmian,
- przedstawioną metodę będzie można stosować zarówno w przypadku zmian jedno- jak i dwukierunkowych.

W odniesieniu do wskaźnika zmian jakości (*MCI*) postanowiono następujące hipotezy robocze:

- wskaźnik *MCI* uwzględnia znaczenie zmian analizowanego materiału, wynikające z przyjętego kryterium ich oceny,
- wskaźnik *MCI* jest addytywną miarą zmian.

Do testowania metody przyjęto dwa rodzaje rolniczych materiałów granularnych – roślinny (ziarna pszenicy) i glebowy (agregaty glebowe). Materiały te różnią się nie tylko w sensie fizycznym, ale także pod względem całkowicie odmiennego pojmowania zmian ich jakości. Ziarna pszenicy analizowano z punktu widzenia ich odporności na pękanie w procesie suszenia. Jest to ilustracja analizy jednokierunkowych zmian jakości o charakterze destrukcyjnym, typowych dla materiałów roślinnych. Drugi materiał, agregaty glebowe, analizowano z punktu widzenia ich trwałości. W pierwszej części przykładu założono, że pod wpływem wody agregaty glebowe mogą ulegać rozpadowi bądź nie zmieniać swych wymiarów. Jest to zatem również jednokierunkowy model zmian jakości. W drugiej części przedstawiono wyniki wstępnych badań opracowanej metody do analizy zmian dwukierunkowych, tzn. gdy możliwe jest również sklejanie się agregatów.

4. OPIS METODY

Niniejszy rozdział obejmuje najbardziej ogólne fragmenty opisu metody, dotyczące możliwie szerokiej klasy materiałów i problemów. Szczegółowy sposób analizowania zmian jakości zależy od rodzaju materiału i od konkretnego problemu z nim związanego.

4.1. Podstawowe określenia

Zasady klasyfikacji. Porządek klas w przyjętej klasyfikacji najczęściej wskazuje na znaczenie poszczególnych klas dla jakości materiału. Nie stanowi to jednak reguły, czego przykładem jest klasyfikacja agregatów glebowych wg ich średnic. Wszystkie klasy muszą wyczerpywać zbiór możliwych wartości cechy – nie może być takiego elementu, którego nie dałoby się sklasyfikować. Klasy muszą być rozłączne – dany element można przypisać tylko do jednej klasy. Jeśli cecha jest mierzalna, to najczęściej dokonywany jest podział na klasy o równych długościach [23,54]. Stosowany jest również podział na klasy o równych prawdopodobieństwach, lecz z wyjątkiem cech o rozkładzie jednostajnym tego typu klasy mają różne długości. W takich przypadkach do określania granic klas niezbędne są tablice rozkładu badanej cechy. Najważniejszą zasadą klasyfikowania cech niemierzalnych jest precyzyjne sformułowanie kryteriów przydziału elementów materiału do poszczególnych klas.

Liczba klas – co najmniej trzy dla zmian jednokierunkowych, dwie – dla dwukierunkowych. Ze względów praktycznych klas nie może być zbyt dużo, maksymalnie kilkanaście.

Rozkładem wejściowym nazwano rozkład częstości $\mathbf{we} = [p_1, p_2, \dots, p_k]$ danej cechy w testowanej próbce materiału w ustalonych klasach jakości przed zastosowaniem pewnego czynnika lub w określonym momencie t_p procesu. *Rozkładem wyjściowym* nazywano rozkład częstości $\mathbf{wy} = [q_1, q_2, \dots, q_k]$ tej cechy dla przyjętej klasyfikacji po zastosowaniu tegoż czynnika lub w określonym momencie t_k procesu ($t_k > t_p$). Momenty t_p i t_k mogą, lecz nie muszą oznaczać początek i koniec procesu. W szczególności mogą to być kolejne momenty $t_1, t_2, \dots, t_n$, w których określana jest przynależność elementów próbki do klas jakości. W terminologii analizy procesów klasy jakości nazywane są możliwymi *stanami* materiału.

Wszystkie próbki tego samego materiału charakteryzujące się dowolną lecz ściśle określoną parą rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu ($\mathbf{we}$, $\mathbf{wy}$) nazwano próbkami klasy .

W pracy rozpatrywane są jedno- i dwukierunkowe modele zmian jakości:

Zmiany jednokierunkowe. Założono słabo-monotoniczny wzrost wartości badanej cechy wśród elementów materiału w wyniku zaistniałego czynnika albo alternatywnie – słabo-monotoniczny spadek. Oznacza to, że wartości cechy mogą albo rosnąć lub nie zmieniać się (jak np. wskaźnik uszkodzeń dla ziaren zbóż), albo maleć lub nie zmieniać się (jak np. średnice agregatów). W odniesieniu do przyjętej klasyfikacji oba te przypadki sprowadzają się do możliwości występowania spadków do klas niższych lub niezmienności klas wśród elementów materiału. W pracy przedstawiono zatem analizę zmian o destrukcyjnym charakterze działania badanych czynników na elementy materiału. Analiza zmian o odmiennym charakterze, czyli poprawa jakości, np. dojrzewania owoców, jest analogiczna.

Zmiany dwukierunkowe. Dopuszcza się oba kierunki zmian jakości elementów materiału w przyjętej klasyfikacji (spadek i awans) oraz nie występowanie zmian, np. rozpad, sklejanie się i niezmiennosc (trwałość) wielkości agregatów glebowych pod wpływem działania wody. W szczególnych przypadkach dwukierunkowe zmiany jakości mogą redukować się do zmian tylko w jednym, określonym kierunku.

4.2. Identyfikacja kierunków zmian jakości

Wnioskowanie o faktycznych lub hipotetycznych kierunkach zmian jakości odniesiono do próbki klasy, czyli do materiału o dowolnych lecz ustalonych rozkładach częstości na wejściu i na wyjściu. Jest ono szczególnie przydatne wtedy, gdy np. ze względu na sposób przeprowadzenia eksperymentu mającego na celu ocenę zmian jakości materiału nie ma możliwości zestawienia tablicy przejścia dla testowanej próbki, czyli gdy jedynymi dostępnymi danymi do takiej analizy jest właśnie wspomniana para rozkładów częstości.

Kierunek zmian jakości można zidentyfikować na podstawie analizy tzw. szeregów kumulacyjnych lub kumulacyjnych krzywych częstości zadanych rozkładów. Niech $\mathbf{we} = [p_1, p_2, \dots, p_k]$ i $\mathbf{wy} = [q_1, q_2, \dots, q_k]$ (k – liczba klas) oznaczają wspomniane rozkłady częstości, zapisane w postaci liczb względnych. Ich szeregi kumulacyjne $\text{Cum}(\mathbf{we})$ i $\text{Cum}(\mathbf{wy})$ otrzymuje się tworząc ciągi sum częściowych kolejnych częstości:

$$\begin{aligned}\text{Cum}(\mathbf{we}) &= [p_1, p_1 + p_2, p_1 + p_2 + p_3, \dots, \sum_{i=1}^k p_i] \\ \text{Cum}(\mathbf{wy}) &= [q_1, q_1 + q_2, q_1 + q_2 + q_3, \dots, \sum_{j=1}^k q_j]\end{aligned}$$

Następnie tworzy się ciąg odpowiadających sobie różnic obu tych szeregów:

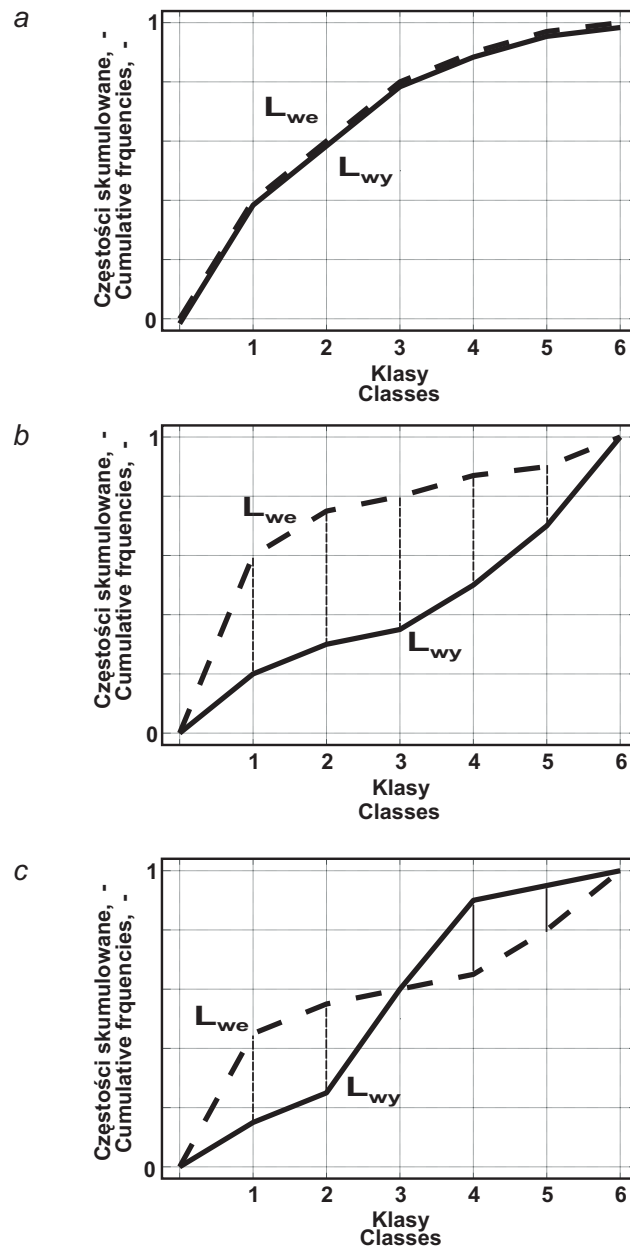
$$\text{Cum}(\mathbf{we}) - \text{Cum}(\mathbf{wy}) = [r_1, r_2, r_3, \dots, r_k] = [p_1 - q_1, (p_1 + p_2) - (q_1 + q_2), \dots, p_k - q_k]$$
, przy czym ostatnia różnica, $r_k = 0$, gdyż $p_k = q_k = 1$.

Zakładając, np. że oczekiwane zmiany mają charakter destrukcyjny, w zależności od znaków ciągu różnic wynikają następujące wnioski:

- jeśli część różnic jest dodatnia, a część ujemna, wówczas nie mogły wystąpić zmiany jakości tylko w oczekiwanym kierunku – musiały występować zmiany w obu kierunkach;
- jeśli przynajmniej jedna różnica jest liczbą dodatnią, a pozostałe są zerami, to wystąpiły zmiany w oczekiwanym kierunku, tzn. destrukcja części elementów i brak zmian u pozostałych;
- w obu wyżej wymienionych przypadkach maksymalna różnica jest dolnym kresem częstości elementów, które uległy destrukcji;
- jeśli ciąg różnic składa się z samych zer (co oznacza, że oba rozkłady częstości są identyczne), wówczas nie wystąpiły spadki jakości – próbka elementów była odporna na działanie czynnika destrukcyjnego.

Oba szeregi kumulacyjne można przedstawić również graficznie – za pomocą kumulacyjnych krzywych częstości. Są to linie łamane o wierzchołkach, których współrzędne to numery klas (od 1 do k) i odpowiadające im skumulowane częstości. Jeśli wykona się wspólny wykres obu krzywych kumulacyjnych, to ich wzajemne usytuowanie uwidoczni możliwości wystąpienia spadku, niezmienności i ewentualnego awansu elementów materiału w przyjętej klasyfikacji. Niech L_{we} i L_{wy} oznaczają odpowiednio krzywe kumulacyjne rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu. W grę wchodzi następujące przypadki (rys. 1):

- oba wykresy pokrywają się. Oznacza to, że spadki elementów do niższych klas nie mogą wystąpić – wszystkie pozostają w swych pierwotnych klasach. Materiał jest całkowicie odporny na działanie czynnika destrukcyjnego.
- wykres L_{wy} leży pod wykresem L_{we} . Takie usytuowanie wykresów odpowiada zmianom jednokierunkowym o charakterze destrukcyjnym. Im większe jest pole obszaru między obiema łamanymi, tym większa część elementów może ulec spadkom do niższych klas. I przeciwnie – małe pole obszaru między obiema łamanymi świadczy o dużej odporności materiału. Wówczas znaczna część obu wykresów pokrywa się (albo przynajmniej występują punkty wspólne) a tylko niewielka część wykresu L_{wy} znajduje się pod wykresem L_{we} .



Rys. 1. Rozpoznawanie kierunków zmian jakości na podstawie kumulacyjnych krzywych częstości:
a – brak zmian, b – zmiany jednokierunkowe o charakterze destrukcyjnym, c – zmiany dwukierunkowe
Fig. 1. Identification of quality changes directions at use cumulative frequencies curves: a – without changes, b – one-directional destructive changes, c – bi-directional changes

– przynajmniej część wykresu L_{wy} leży nad wykresem L_{we} (oba wykresy przeplatają się). W takim przypadku dana para rozkładów częstości nie reprezentuje próbki materiału o zmianach jednokierunkowych.

Dysponując odpowiednio wystarczającą wiedzą o rodzaju rozkładu badanej cechy, można znacznie skuteczniej (gdyż ilościowo) wnioskować o wspomnianych zjawiskach, posługując się dystrybuantami tych rozkładów.

4.3. Tablica przejścia

Tablicą przejścia nazwano kwadratową tablicę liczb $k \times k$, gdzie k oznacza liczbę klas jakości. Liczby p_{ij} na skrzyżowaniu kolumn i wierszy tablicy przejścia są częstościami względnymi elementów próbki, które w przyjętej klasyfikacji przeszły z klasy jakości kl_i do klasy kl_j (gdy $i \neq j$) lub pozostały w tej samej klasie (gdy $i = j$). Częstości p_{ij} mogą być obliczone względem liczebności próby (N) albo względem jej masy.

Dodatkowo, do tablicy przejścia dołączony jest wiersz nagłówkowy, w którym zapisany jest rozkład wejściowy i kolumna (z prawej strony), w której zapisany jest rozkład wyjściowy. Kolumny i wiersze tablicy przejścia odpowiadają poszczególnym klasom jakości na wejściu i na wyjściu. Z tego względu pierwszy wskaźnik (i) częstości p_{ij} tablicy przejścia określa jej kolumnę, a drugi (j) – jej wiersz. Cała tablica przejścia, wraz z dołączonymi rozkładami wejścia i wyjścia jest w pełni *zbilansowana*, tzn. sumy elementów kolejnych kolumn i wierszy tablicy przejścia są równe odpowiednio częstościom rozkładu wejściowego i wyjściowego. Ze względu na to, że suma częstości na wejściu jest równa sumie częstości na wyjściu, więc i suma wszystkich częstości tablicy przejścia jest im równa. Ich odpowiednikami w statystyce matematycznej są częstości brzegowe i tablice wielodzielcze. Można je otrzymać z danych źródłowych przy pomocy prostych obliczeń lub wykorzystując odpowiednie programy statystyczne.

Przyjmuje się, że elementami tablic przejścia dla zmian jednokierunkowych o charakterze destrukcyjnym są podklasy na głównej przekątnej i pod nią, czyli tzw. dolny trójkąt tablicy, a wszystkie pozostałe (nad główną przekątną) są puste (tab. 1). Jeśli jednokierunkowe zmiany mają charakter poprawy jakości, wówczas elementami takich tablic przejścia są podklasy na głównej przekątnej i nad nią, czyli tzw. górny trójkąt tablicy, a wszystkie pozostałe (pod główną przekątną) są puste. Pusta podklasa oznacza niemożliwe przejście między odpowiadającą jej parą klas na wejściu i wyjściu. Pewna ich liczba może występować również w trójkącie tablicy przejścia odpowiadającym danemu kierunkowi zmian. Przyjmuje

Tabela 1. Przykład tablicy przejścia dla czterech klas jakości
Table 1. An example of a transition table for four quality classes

I $p_1 = 0,60$	II $p_2 = 0,25$	III $p_3 = 0,10$	IV $p_4 = 0,05$	← Wejście Input ↓ Wyjście Output
$p_{11} = 0,40$	-	-	-	$Iq_1 = 0,40$
$p_{12} = 0,15$	$p_{22} = 0,15$	-	-	I $Iq_2 = 0,30$
$p_{13} = 0,05$	$p_{23} = 0,08$	$p_{33} = 0,07$	-	III $q_3 = 0,20$
$p_{14} = 0,00$	$p_{24} = 0,02$	$p_{34} = 0,03$	$p_{44} = 0,05$	I $Vq_4 = 0,10$

I, II, III, IV – symbole klas jakości; p_1, p_2, p_3, p_4 – częstości elementów próby w klasach na wejściu; q_1, q_2, q_3, q_4 – częstości elementów próby w klasach na wyjściu; $p_{11}, p_{12}, \dots, p_{44}$ – częstości tablicy przejścia.

I, II, III, IV – symbols of quality classes; p_1, p_2, p_3, p_4 – frequencies of sample elements in classes on in-

się, że dwukierunkowym zmianom jakości odpowiada cała tablica przejścia, aczkolwiek i w tym przypadku nie można wykluczyć istnienia niemożliwych przejść między pewnymi klasami.

4.4. Analiza częstości tablicy przejścia

Drobiazgowe analizowanie tablic przejścia próbek testowanego materiału jest zajęciem żmudnym, aczkolwiek może dać odpowiedzi na wiele interesujących pytań. Spośród możliwości, które zarysowano poniżej, sugeruje się wybrać najważniejsze dla rozpatrywanego problemu.

Poniżej zestawiono testy statystyczne, które mogą być pomocne przy analizowaniu częstości tablic przejścia, obliczanych względem liczebności elementów materiału [23,54,55,67-69]:

- badanie równości grupy częstości;
- badanie, czy dana frakcja elementów próby jest istotnie większa od zera;
- obliczanie przedziałów ufności dla częstości;
- test χ^2 i inne testy dla tablic wielodzielczych.

Przed zastosowaniem wybranego testu należy sprawdzić, czy spełnione są jego założenia.

4.4.1. Analiza rozkładu częstości diagonalnych

Częstości na głównej przekątnej tablicy przejścia świadczą o tym, jakie części próbki elementów nie uległy zmianom, pozostając w tych samych klasach jakości. Częstości bezpośrednio pod główną przekątną informują o tym, jakie części próbki elementów przeszły do klas bezpośrednio niższych po tej, w której znajdowały się początkowo itd. Na podstawie tych właściwości tablic przejścia skonstruowano *rozkład częstości diagonalnych*. Jest on przydatny w analizach odporności (podatności) zarówno w przypadku zmian jedno- jak i dwukierunkowych, szczególnie wtedy, gdy zmiana elementu materiału o tę samą liczbę klas oceniana jest jednakowo, niezależnie od jego przynależności do klasy na wejściu.

Suma częstości k elementów tablicy przejścia, które znajdują się na głównej przekątnej ($d_0 = p_{11} + \dots + p_{kk}$) jest częstością tych elementów próbki, które były w pełni odporne, czyli przetrwały bez zmian (nie zmieniły swojej klasy pod wpływem czynnika destrukcyjnego). Z kolei suma $k-1$ częstości tablicy przejścia znajdujących się bezpośrednio pod główną przekątną ($d_1 = p_{12} + \dots + p_{k-1,k}$) jest częstością tych elementów, które wprawdzie nie były w pełni odporne, gdyż uległy destrukcji, lecz przeszły zaledwie o jedną klasę niżej. Jeszcze mniej odporne elementy to te, które uległy zmianom, przechodząc o dwie klasy niżej. Ich częstość jest sumą $k-2$ częstości tablicy przejścia, które znajdują się o dwie podklasy poniżej głównej przekątnej ($d_2 = p_{13} + \dots + p_{k-2,k}$). Sumując w podany sposób następne częstości tablicy przejścia jednakowo oddalone od głównej przekątnej i leżące coraz dalej od niej, otrzymuje się rozkład sum częstości elementów przekątnych tablicy przejścia **diag** = [$d_0, d_1, \dots, d_{k-1}$], przy czym ostatnia częstość, $d_{k-1} = p_{1k}$. Zgodnie z wymogami rozkładu częstości, ich suma $d_0 + d_1 + \dots + d_{k-1} = 1$. W analogiczny sposób zdefiniowano rozkład częstości diagonalnych dla zmian dwukierunkowych (Rozdz. 6.3.2).

Z przykładowej tablicy przejścia (tab. 1) wynika, że 67% elementów próbki nie zmieniło swej pierwotnej przynależności do klas jakości – okazały się one w pełni odporne. Mniej odpornych (gdyż spadły o jedną klasę niżej) było 26% elementów próbki, o 2 klasy niżej spadło 7% elementów. W próbce nie wystąpiły elementy, które spadły do najniższej klasy jakości. W rozważanym przykładzie rozkład częstości diagonalnych, wyrażony za pomocą częstości względnych, ma więc postać: **diag** = [d_0, d_1, d_2, d_3] = [0,67; 0,26; 0,07; 0,00].

Rozkład częstości diagonalnych świadczy o rozmiarze zmian, jakim uległa badana próbka materiału w wyniku działania czynnika destrukcyjnego. Niewątpliwie, częstość d_0 w największym stopniu wpływa na ocenę odporności

materiału, a każda następna ma na nią coraz mniejszy wpływ. Zatem rozkład częstości diagonalnych może służyć jako zespołowa, uporządkowana miara odporności. Analogicznie, o wielkości liczby w jej zapisie pozycyjnym (np. dziesiętnym) decydują jej kolejne cyfry, poczynając od lewej – najbardziej znaczącej, a kończąc na prawej – najmniej znaczącej. W pracy Niewczasa i in. [46], jako miary odporności (R) na pękanie ziaren próbki pszenicy pod wpływem obciążeń dynamicznych użyto wartości d_0 . Jak widać z powyższego, rozkład **diag** jest uogólnieniem tak rozumianej miary odporności.

Rozkładem **diag** można posługiwać się przy porównywaniu odporności różnych próbek materiału. Jeśli zatem dwie próbki P_1 i P_2 różnią się częstościami d_0 , wówczas ta z nich jest bardziej odporna, której większa jest częstość d_0 . Jeśli dla obu próbek częstości te są równe, wówczas należy zbadać relacje między ich częstościami d_1 , itd. Jeśli rozkłady **diag** dla obu próbek są identyczne, wówczas należy uznać, że obie próbki materiału są jednakowo odporne. Podobne postępowanie można przeprowadzić przy porównywaniu odporności tej samej próbki materiału pomiędzy wybranymi momentami procesu.

Jeśli dla rozpatrywanego problemu nie ma znaczenia, jakie części próbki materiału uległy spadkom o określoną liczbę klas, lecz interesujące jest jedynie to, jaka część s próbki materiału uległa jakiegokolwiek degradacji w przyjętej klasyfikacji, wówczas częstość tę określa związek:

$$s = 1 - d_0 .$$

4.4.2. Analiza częstości kolumn

Jeśli ciągi wartości p_{ij} w kolejnych kolumnach $i = 1, 2, \dots, k$ tablicy przejścia maleją w miarę wzrostu j , wówczas świadczy to o znacznej odporności materiału. Zakładając np., że w tabeli 1 klasa I jest zbiorem elementów materiału o najwyższej jakości (np. nasion bez stwierdzonych uszkodzeń), to pierwsza kolumna tablicy przejścia, po przeliczeniu częstości jej elementów względem liczebności m_1 , stanowi ocenę zachowania się próby złożonej wyłącznie z materiału tej klasy, tzw. próby zerowej. Z tabeli 1 wynika, że po działaniu czynnika destrukcyjnego próba taka składałaby się w przybliżeniu z następującego udziału elementów poszczególnych klas: $40/60=67\%$ klasy I, $15/60=25\%$ klasy II, $5/60=8\%$ klasy III i $0/60=0\%$ klasy IV. Tym samym wkład klasy I do zbioru elementów, które nie uległy destrukcji wynosi ok. 67%.

4.4.3. Analiza częstości wierszy

Jest to analiza dualna względem poprzedniej. Analiza kolumn odpowiada badaniu skutków, zaś analiza wierszy – badaniu stanu wyjściowego (jego przyczyny nie zawsze są znane). Dla rozkładu na wyjściu kolejne wiersze świadczą o pochodzeniu materiału i pozwalają ocenić udziały poszczególnych klas na wejściu w rozkładzie wyjściowym. Analiza taka jest szczególnie ważna dla ostatniego wiersza, czyli dla klasy kl_k , traktowanej zazwyczaj jako klasa jakościowo najgorsza. Przykładowo, z tabeli 1 wynika, że po działaniu czynnika destrukcyjnego udziały elementów poszczególnych klas w najgorszej klasie jakości byłyby następujące: $0/10=0\%$ elementów należących pierwotnie do klasy I, $2/10=20\%$ należących pierwotnie do klasy II, $3/10=30\%$ należących do klasy III i $5/10=50\%$ elementów klasy IV. Jednocześnie wkłady elementów tych klas do najgorszej klasy jakości na wyjściu są następujące: klasa I wnosi $0/60=0\%$ swoich elementów, klasa II – $2/25=8\%$ elementów, klasa III – $3/10=30\%$ elementów, a klasa IV – $5/5=100\%$ elementów.

4.5. Kryteria oceny zmian elementów próbki materiału

Tablica przejścia odzwierciedla zmiany jakości, jakim uległy elementy badanej próbki materiału z dokładnością do granic klas. Chcąc ocenić te zmiany, należy dysponować odpowiednim kryterium. Zależy ono od konkretnego, rozpatrywanego zagadnienia. Najwygodniej formułować je w oparciu o to, jakie zmiany pojedynczego elementu próbki uważa się za najbardziej, a jakie za najmniej korzystne lub przynajmniej za ekstremalnie przeciwstawne.

W przykładach zamieszczonych w pracy (Rozdz. 5. i 6.) zmiany jakości rozważane są w kontekście odporności. Przyjęto w nich podobne kryteria oceny odporności materiału na działanie określonego czynnika. W przypadku zmian jednokierunkowych o charakterze destrukcyjnym przyjęto, że najbardziej odporny jest element próbki, który nie uległ degradacji, czyli pozostał w tej samej klasie, bez względu na jego przynależność do klasy jakości na wejściu. Mniej odporny jest taki element, który wprawdzie uległ degradacji, lecz w klasyfikacji przeszedł tylko o jedną klasę niżej, itd. Ogólnie, element próbki jest tym mniej odporny, im uległ większej degradacji. Największy możliwy spadek w klasyfikacji zależy od przynależności elementu do klasy jakości na wejściu. Najmniej odporny jest więc element najwyższej klasy, który spadł w klasyfikacji o $k-1$ klas, czyli do najniższej klasy. Z definicji, element najniższej klasy nie ulega degradacji, gdyż

pozostaje w tej samej klasie. Przypisana mu odporność jest więc konsekwencją tej definicji.

Dla zmian dwukierunkowych przyjęto analogiczne kryterium odporności. Za najbardziej odporny uważany jest element próbki, który nie uległ zmianom, czyli pozostał w tej samej klasie. Mniej odporny jest taki, który wprawdzie uległ zmianom, lecz w klasyfikacji przeszedł tylko o jedną klasę niżej lub wyżej, itd. Ogólnie, element próbki jest tym mniej odporny, im uległ większym zmianom, przechodząc o określoną liczbę klas w dół lub w górę w przyjętej klasyfikacji. Pojęciu odporności nadano tu zatem bardzo specyficzny sens – jest to odporność elementu materiału na zmiany, obojętnie w jakim kierunku. Podobnie jak poprzednio, największy możliwy spadek lub awans w klasyfikacji jest uzależniony od przynależności elementu do klasy jakości na wejściu. Najmniej odporny jest więc taki element jednej z klas skrajnych, który zmienił swoją przynależność o $k-1$ klas, czyli z klasy najwyższej spadł do najniższej lub z klasy najniższej awansował do najwyższej.

Kryterium oceny zmian dowolnego elementu próbki jeszcze nie wystarcza do oceny zmian całej próbki. Rozmiar możliwych zmian wszystkich jej elementów wynika zarówno z oceny zmian jej poszczególnych elementów jak i z rozkładu ich częstości w klasach na wejściu i na wyjściu. Przyjęto, że najbardziej odporna jest taka próbka materiału, której wszystkie elementy pozostały w tych samych klasach, a najmniej odporna to taka, której wszystkie elementy uległy największym zmianom, przechodząc do klas najbardziej skrajnych, odpowiednich dla danego modelu zmian. Stąd wniosek, że dla próbki najbardziej odpornej rozkład częstości na wyjściu jest identyczny z jej rozkładem częstości na wejściu. Natomiast rozkład częstości na wyjściu próbki najmniej odpornej jest zredukowany do klasy najniższej – w przypadku zmian jednokierunkowych o charakterze destrukcyjnym i do klas skrajnych (obu lub jednej z nich) – w przypadku zmian dwukierunkowych. Tak więc, brak zmian lub jakiejkolwiek zmiany elementów, w szczególności zmiany ekstremalne determinują postaci rozkładów częstości na wyjściu. Odpowiadają im również charakterystyczne postaci tablic przejścia. Niezerowe częstości tablicy przejścia dla próbek materiału najbardziej odpornego znajdują się wyłącznie na jej głównej przekątnej. Natomiast niezerowe częstości tablicy przejścia dla próbek materiału najmniej odpornego występują wyłącznie w ostatnim wierszu – w przypadku zmian jednokierunkowych o charakterze destrukcyjnym i w obu lub w jednym ze skrajnych wierszy – w przypadku zmian dwukierunkowych.

Pozostaje jeszcze określić kryterium oceny zmian jakości w terminach odporności dla próbek materiału klasy , czyli takich, które charakteryzują się

określoną parą rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu. Ich tablice przejścia mogą mieć różne postaci (tab. 2). Różnorodność postaci tablic przejścia próbek klasy jest ograniczona więzami, jakie wynikają z ich rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu. Wbrew pozorom, oceny zmian jakości próbek materiału

Tabele 2a, 2b, 2c. Przykłady trzech różnych tablic przejścia o tych samych rozkładach częstości (%) na wejściu i na wyjściu lecz z różną sumą częstości na głównej przekątnej (odpowiednio: 15, 35 i 55%)

Tables 2a, 2b, 2c. Examples of three different transition tables with equal frequency distributions (%) on the input and on the output. The main diagonal contains different sums of frequencies (15, 35 and 55%, respectively)

a

A	B	C	D	←Wejście Input ↓ Wyjście Output
50	30	15	5	
10	-	-	-	A 10
25	0	-	-	B 25
15	15	0	-	C 30
0	15	15	5	D 35

b

A	B	C	D	←Wejście Input ↓ Wyjście Output
50	30	15	5	
10	-	-	-	A 10
10	15	-	-	B 25
10	15	5	-	C 30
20	0	10	5	D 35

Tabela 2a, 2b, 2c. Cd.

Tables 2a, 2b, 2c. Cont.

c	A	B	C	D	← Wejście Input ↓ Wyjście Output
	50	30	15	5	
	10	-	-	-	A 10
	0	25	-	-	B 25
	10	5	15	-	C 30
	30	0	0	5	D 35

A, B, C, D – symbole klas jakości; Wejście, Wyjście – odpowiednio: rozkłady częstości na wejściu i na wyjściu.

A, B, C, D – symbols of quality classes; Input, Output – frequency distributions on input and output.

klasy nie muszą być identyczne. Inaczej bowiem może być oceniany np. spadek o tę samą liczbę klas jakości elementów materiału, które pierwotnie należały do różnych klas. Również oceny zmian elementu materiału danej klasy nie muszą być proporcjonalne do liczby klas, o jaką wystąpiła zmiana.

Za najbardziej odporną spośród wszystkich próbek materiału klasy przyjęto taką, której wspomniane więzy pozwalają na to, aby możliwie największa część jej elementów nie uległa zmianom. W następnej kolejności, aby z pozostałej ich części (ulegającej zmianom), największa część uległa możliwie najmniejszym zmianom, czyli aby przeszła do klasy bezpośrednio niższej i analogicznie dalej, tzn. aby pozostałe części ulegały możliwie najmniejszym zmianom, przechodząc do klas możliwie najbliższych tym, w których znajdowały się na wejściu. Oczywiście, koncentracja częstości na głównej przekątnej tablicy przejścia i w jej pobliżu może odbywać się kosztem zmniejszenia częstości na dalszych przekątnych. Z kolei za próbkę najmniej odporną spośród wszystkich próbek materiału klasy przyjęto taką, której wspomniane więzy pozwalają na to, aby możliwie najmniejsza część jej elementów nie uległa zmianom, natomiast z pozostałej ich części (ulegającej zmianom), jak najmniejsza część uległa jak najmniejszym zmianom, czyli aby przeszła do klasy bezpośrednio niższej i podobnie dalej, tzn. aby z pozostałych części jak najmniejsze części przechodziły do klas najbliższych tym, w których znajdowały

się na wejściu. Siłą rzeczy, najdalej od głównej przekątnej tablicy przejścia rozmieszczona jest możliwie największa część sumy częstości tablicy przejścia.

Kryteria oceny zmian pojedynczych elementów, ich grup i całej próbki materiału dla innych zagadnień mogą mieć odmienną postać. Może np. chodzić o to, by możliwie najmniejsze straty jakości elementów materiału występowały przede wszystkim wśród elementów pierwszej klasy, uważanej zazwyczaj za klasę najwyższej jakości, a w dalszej kolejności, spośród pozostałej części materiału, aby jak najmniejsze straty jakości występowały w drugiej klasie itd. Stąd też różne kryteria, nawet w odniesieniu do tej samej próbki materiału, implikują różne postaci odpowiadających im, ekstremalnych tablic przejścia.

4.6. Wskaźnik zmian jakości

Przedstawione w poprzednim rozdziale kryteria oceny zmian jakości mają charakter opisowy. Dla liczbowej, sumarycznej oceny zmian jakości wszystkich elementów próbki materiału konieczne jest przyporządkowanie adekwatnej wagi każdej podklasie tablicy przejścia. Podklasy te reprezentują wszystkie zmiany jakości, które mogą wystąpić wśród elementów materiału. Przyporządkowania takiego dokonuje się w oparciu o znaczenie, jakie przypisuje się określonej zmianie jakości elementu materiału na tle wszystkich innych możliwych zmian. Tak więc układ wag przypisany wszystkim podklasom tablicy przejścia stanowi ściśle (gdyż liczbowo) sformułowane kryterium oceny wszystkich możliwych zmian materiału.

Wskaźnik zmian jakości materiału (*MCI*) o własnościach postulowanych w Rozdz. 3, zdefiniowano jako sumę iloczynów częstości tablicy przejścia p_{ij} i odpowiadających im wag w_{ij} :

$$MCI = \sum_{i,j} w_{ij} p_{ij} \quad (1)$$

Dla modelu zmian dwukierunkowych sumowanie we wzorze (1) przebiega po wszystkich wskaźnikach $i, j = 1, \dots, k$, gdzie k jest liczbą klas klasyfikacji elementów materiału. Dla modelu zmian jednokierunkowych o charakterze destrukcyjnym sumowanie przebiega po wskaźnikach $i = 1, \dots, k; j = i, \dots, k$. Przy sumowaniu należy pominąć składniki odpowiadające niemożliwym kanałom przejścia (puste komórki tablicy przejścia). W szczególności niewskazane jest przypisywanie im wag równych zero.

Wskaźnik *MCI* jest liniową funkcją częstości p_{ij} tablicy przejścia o ustalonych współczynnikach w_{ij} . Zatem liczbowa wartość wskaźnika jest obliczana na podstawie częstości tablicy przejścia konkretnej próbki materiału i dotyczy oceny zmian jakości elementów tej próbki.

Definicja wskaźnika *MCI* nie przesądza z góry ani rodzaju materiału, ani sposobu rozumienia zmian jego jakości. W pracy skoncentrowano się na najczęściej spotykanych zagadnieniach. Dotyczą one analizy odporności i trwałości materiałów, zazwyczaj dla jednokierunkowych zmian jakości. Ze względu na występowanie szeregu podobieństw, w dalszej części rozdziału wskaźnik odporności elementów dowolnego materiału oznaczono symbolem *MRI*. W przykładach zamieszczonych w następnych rozdziałach pracy jego odpowiednikami są: *GRI* – wskaźnik odporności ziaren na pękanie i *ASI* – wskaźnik trwałości agregatów glebowych [49].

Własności wskaźnika zmian jakości zależą głównie od przyjętych wag. Poprzez wybór wag należy dążyć do tego, by jego skala pozwalała na dostateczne rozróżnienie zmian jakości testowanego materiału. Celowe jest więc, by wagi przydzielone zmianom odporności były znacznie zróżnicowane. Ponadto nie powinny zmieniać się proporcjonalnie w obrębie klas jakości. Spełnienie tego warunku zapewnia istnienie największej i najmniejszej wartości wskaźnika odporności próbek materiału o ustalonej parze rozkładów częstości na wejściu i wyjściu, czyli próbek klasy .

Częstości względne p_{ij} są liczbami z przedziału $\langle 0; 1 \rangle$, a w skrajnym przypadku, dla próby 1-elementowej, przyjmują wartości 0 lub 1. Z tego względu do określenia wskaźnika *MRI* przyjęto we wzorze (1) najprostszy układ wag wykładniczych – o podstawie 2:

$$w_{ij} = 2^{k-1-(j-i)}, \text{ gdzie } i=1, \dots, k; j=i, \dots, k. \quad (2)$$

Wykładniki potęg tych wag zawierają informację o liczbie klas jakości materiału, o jaką wystąpił spadek w klasyfikacji $(j-i)$. Przykładem zaproponowanych wag dla $k = 4$ klas są wagi w tabeli 3a. W drugim układzie wag (tab. 3b) inaczej oceniane są poszczególne przejścia pomiędzy klasami na wejściu i na wyjściu. Oba układy wag premiuje odporność na działanie czynnika – element materiału ulegający większej destrukcji (przechodzący do niższej klasy jakości) otrzymuje mniejszą wagę. Wagi pierwszego układu na kolejnych przekątnych mają jednakowe wartości, co sprawia, że spadkom jakości o tę samą liczbę klas przypisywane jest jednakowe znaczenie.

Tabele 3a, 3b. Dwa różne układy wag (w_{ij}) do określania wskaźnika odporności materiałów
Tables 3a, 3b. Two different sets of weights (w_{ij}) to determine of resistance index of materials

a	I	II	III	IV	←Wejście Input ↓ Wyjście Output
	$w_{11} = 8$	-	-	-	I
	$w_{12} = 4$	$w_{22} = 8$	-	-	II
	$w_{13} = 2$	$w_{23} = 4$	$w_{33} = 8$	-	III
	$w_{14} = 1$	$w_{24} = 2$	$w_{34} = 4$	$w_{44} = 8$	IV

b	I	II	III	IV	←Wejście Input ↓ Wyjście Output
	$w_{11} = 8$	-	-	-	I
	$w_{12} = 4$	$w_{22} = 7$	-	-	II
	$w_{13} = 2$	$w_{23} = 3$	$w_{33} = 6$	-	III
	$w_{14} = 1$	$w_{24} = 1$	$w_{34} = 2$	$w_{44} = 5$	IV

Pierwszy układ wag ma szereg zalet. W przypadku konieczności rozszerzenia istniejącej klasyfikacji materiału, np. dołączenia jednej klasy, wystarczy dopisać do istniejącej tablicy wag jeden wiersz z odpowiednimi wagami na dole lub jedną kolumnę z lewej strony bez potrzeby budowania całego układu wag na nowo. Wówczas nowe wskaźniki odporności (dla poszerzonej klasyfikacji) są równe starym, i to bez względu na to, czy nowa klasa została dołączona na początku, czy też na końcu poprzedniej klasyfikacji. Oczywiście, skala wskaźnika odporności

dla szerszej klasyfikacji ulegnie wówczas zmianie (por. Rozdz. 6.3.2). Stąd wynika również wniosek, że skala wskaźnika odporności zależy od liczby klas analizowanych obiektów, lecz nie zależy od przyjętych granic tych klas. Natomiast wprowadzenie innych granic klas (przy zachowaniu ich liczby) spowoduje zmiany rozkładów częstości na wejściu i wyjściu, a zatem zmieni się również rozkład częstości p_{ij} w tablicy przejścia i nawet przy zastosowaniu tych samych wag zmieni się również wartość MRI .

Wskaźnik MRI zdefiniowano również w oparciu o rozkład częstości diagonalnych $\mathbf{diag} = [d_0, d_1, \dots, d_{k-1}]$, wykorzystując przy tym wspomnianą własność, że zaproponowany układ wag (2) na kolejnych przekątnych tablicy przejścia ma jednakowe wartości. MRI jest miarą odporności próbki materiału, która uwzględnia wszystkie częstości rozkładu $\mathbf{diag}$ i różnicuje w odpowiedni sposób znaczenie jego kolejnych elementów, podobnie jak w przypadku cyfr w zapisie pozycyjnym liczby:

$$MRI = w_0 d_0 + w_1 d_1 + \dots + w_{k-1} d_{k-1}, \quad (3)$$

gdzie $\mathbf{w} = [w_0, w_1, \dots, w_{k-1}]$ jest układem wag: $w_0 = 2^{k-1}$, $w_1 = 2^{k-2}$, ..., $w_{k-1} = 2^0$, natomiast d_i ($i = 0, 1, \dots, k-1$) są częstościami rozkładu diagonalnego.

Wagi $\mathbf{w}$ są tymi samymi wagami dwójkowymi, przypisanymi elementom znajdującym się na kolejnych przekątnych tablicy przejścia, poczynając od głównej przekątnej. Dla czterech klas jakości $\mathbf{w} = [2^3, 2^2, 2^1, 2^0] = [8, 4, 2, 1]$.

Częstości p_{ij} jak i d_i są liczbami z przedziału $0; 1$, zatem skalą wartości MRI jest przedział $1; 2^{k-1}$. Skalą wskaźnika odporności dla próbek materiału sklasyfikowanych np. w czterech klasach jakości jest przedział liczb rzeczywistych $2^0; 2^3 = 1; 8$. Najmniejszy wskaźnik odporności ($MRI = 1$) jest przypisywany próbce złożonej na wejściu z samych elementów najwyższej klasy, które na wyjściu znalazły się w klasie najniższej. Każdej innej próbce materiału przypisywany jest wskaźnik odporności $MRI > 1$ (dla próbki materiału, której zmiany przedstawia tablica przejścia w tabeli 1, $MRI = 6,54$). Najwyższy wskaźnik odporności przypisywany jest próbkom, których elementy nie ulegają żadnym zmianom (wszystkie pozostają w tych samych klasach jakości). Należą do nich również próbki złożone już na wejściu z samych elementów klasy najniższej.

Spadek wskaźnika odporności może nastąpić poprzez przemieszczenie części elementów próbki do niższych klas jakości. Powoduje to przypisanie tym elementom mniejszych wag, a zatem zmniejszenie wskaźnika MRI . Zatem mniejszej odporności elementów materiału odpowiada mniejsza wartość MRI i *vice versa*.

Wskaźnik odporności MRI , określony wzorem (3), jest również funkcją liniową. Jej argumentami są częstości d_i , a współczynnikami wagi w_i . Jest to oczywiście ta sama funkcja (1), o współczynnikach określonych wzorem (2).

Wskaźniki odporności można obliczyć również dla materiału każdej klasy jakości z osobna. W tym celu należy zsumować iloczyny częstości tablicy przejścia i odpowiadających im wag dla każdej z klas oddzielnie. Można tego dokonać na dwa sposoby – sumując te iloczyny kolumnami, albo wierszami. Niech $MRI_1, MRI_2, \dots, MRI_k$ oznaczają wyniki sumowania iloczynów kolumnami, natomiast $MRI_1, MRI_2, \dots, MRI_k$ – wierszami. Odpowiadające sobie pary sum iloczynów (MRI_i, MRI_i) na ogół nie są równe, ale suma pierwszych i suma drugich jest równa MRI dla całej testowanej próbki materiału:

$$MRI = MRI_1 + MRI_2 + \dots + MRI_k \quad (4)$$

$$MRI = MRI_1 + MRI_2 + \dots + MRI_k \quad (5)$$

Wielkości $MRI_1, MRI_2, \dots, MRI_k$ można interpretować jako wkłady klas wejściowych do wskaźnika odporności próbki, a wielkości $MRI_1, MRI_2, \dots, MRI_k$ – jako udziały klas wyjściowych we wskaźniku odporności próbki. Oba rodzaje wskaźników odporności klas są względem siebie dualne. Analogiczne wskaźniki dla klas materiału można definiować także w odniesieniu do inaczej rozumianych zmian jakości. Zatem wskaźnik MCI jest addytywną miarą zmian jakości elementów próbki, w szczególności jej klas.

W dalszej części pracy przez T_{test} i MRI_{test} oznaczono odpowiednio: tablicę przejścia testowanej próbki materiału oraz wartość wskaźnika odporności tej próbki.

4.7. Rozkłady częstości na wejściu i wyjściu a tablice przejścia

Dla dowolnej próbki materiału klasy , czyli próbki o określonej parze rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu, w przypadku zmian dwukierunkowych istnieje bardzo wiele różnych tablic przejścia. Dla zmian jednokierunkowych ich liczba zależy od postaci rozkładów. Niemożliwość utworzenia jakiegokolwiek tablicy przejścia przy jednym, założonym kierunku zmian dla zadanej pary rozkładów oznacza, że klasa próbek materiału określona przez te rozkłady, nie podlega takim zmianom. Jako przykład może posłużyć para rozkładów $[0,4; 0,6]$ i $[0,5; 0,5]$ ($k = 2$), która nie może stanowić odpowiednio rozkładu wejścia i wyjścia przy założeniu destrukcyjnego kierunku zmian jakości. Ta sama para rozkładów dla zmian dwukierunkowych umożliwia zbudowanie bardzo wielu tablic przejścia. Wystarczy jednak zmienić role obu rozkładów, aby

przekonać się, że wówczas dla zmian jednokierunkowych jedyną możliwą tablicą przejścia jest tablica o elementach: $p_{11} = 0,4$; $p_{12} = 0,1$; $p_{22} = 0,5$. Dla zmian jednokierunkowych, gdy $k = 2$, jeśli istnieje tablica przejścia, to tylko jedna. Gdy $k > 2$, występuje wiele takich przypadków, np. gdy oba rozkłady częstości są identyczne ($w_e = w_y$) lub gdy jeden z tych rozkładów redukuje się do jednej klasy.

Poza wymienionymi, szczególnymi przypadkami, przejście próbki elementów materiału z rozkładu częstości na wejściu do rozkładu częstości na wyjściu może odbywać się na rozmaite sposoby, różnymi kanałami przejścia z jednej klasy do innej. Zgodnie z umową, określona para rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu odpowiada wszystkim próbkom materiału tej samej klasy. Zatem ich zmiany mogą być reprezentowane przez różne tablice przejścia. W tabelach 2a, 2b, 2c zamieszczono stosowne przykłady dla $k=4$ (przypadek zmian jednokierunkowych). Pokazują one ponadto jak różne sumy częstości na głównej przekątnej można otrzymać dla tej samej pary rozkładów częstości na wejściu i wyjściu.

Z drugiej strony, dysponując jedynie rozkładami na wejściu i na wyjściu danej próbki materiału, nie można w sposób jednoznaczny, poza wyżej wspomnianymi przypadkami, wyznaczyć dla niej tablicy przejścia. Tablic takich może być wiele, a każdej z nich odpowiada inny (na ogół) wskaźnik zmian jakości. Jeśli testowano zmiany jakości tej próbki, to wśród nich znajduje się również tablica przejścia T_{test} , odpowiadająca jej zmianom. Fakt istnienia wielu różnych tablic przejścia można wykorzystać do znajdowania tablic najmniej i najbardziej korzystnych (lub przeciwnych) z punktu widzenia przyjętego kryterium oceny zmian jakości materiału. Tablice te oznaczano odpowiednio przez T_{min} i T_{max} . Odpowiada im różna (na ogół) para wskaźników MRI_{min} i MRI_{max} . Na tle tych tablic można ocenić tablicę T_{test} (odpowiada jej wskaźnik MRI_{test}), czyli ocenić za pomocą MRI_{min} i MRI_{max} faktyczne zmiany badanej próbki materiału, które dokonały się między wejściem a wyjściem. Danymi do znajdowania ekstremalnych tablic przejścia są wyłącznie rozkłady częstości na wejściu i na wyjściu.

Dla zmian jednokierunkowych, ze wszystkich możliwych przejść z jednego rozkładu do drugiego, częstości względne p_{11} i p_{kk} w każdej dopuszczalnej tablicy przejścia (a więc i w tablicach T_{min} , T_{test} i T_{max}) są ściśle zdeterminowane – pierwsza przez rozkład częstości na wyjściu, a druga – przez rozkład częstości na wejściu. Częstości te odpowiadają przejściom: $kl_1 \rightarrow kl_1$ oraz $kl_k \rightarrow kl_k$. Częstość pierwszego z nich $p_{11} = q_1$, a drugiego $p_{kk} = p_k$. Dla próbek materiału klasy suma $q_1 + p_k$ jest dolnym kresem częstości elementów, które nie uległy degradacji i jednocześnie może służyć do oszacowania górnego kresu częstości elementów podatnych na zmiany: $s = 1 - (q_1 + p_k)$.

4.8. Znajdowanie ekstremalnych tablic przejścia i ekstremalnych wartości wskaźnika zmian jakości

Ekstremalne tablice przejścia (z punktu widzenia przyjętego kryterium oceny zmian jakości) można znaleźć następującymi sposobami:

- wygenerować wszystkie możliwe (dopuszczalne) tablice przejścia i obliczyć dla nich wskaźniki zmian jakości, a następnie wskaźniki te (wraz z odpowiadającymi im tablicami) uporządkować od najmniejszego do największego;
- przy pomocy odpowiedniego algorytmu, uwzględniającego przyjęte kryterium, wygenerować jedynie parę tablic ekstremalnych, przypisując im zgodnie z ustalonym układem wag odpowiednie wskaźniki zmian jakości.

Do wygenerowania wszystkich dopuszczalnych tablic przejścia można posłużyć się metodami algebraicznymi lub kombinatorycznymi. W wielu przypadkach byłoby to jednak zajęcie bardzo pracochłonne lub wręcz niemożliwe. Dużo łatwiejszy i bardziej efektywny jest drugi sposób.

4.8.1. Zastosowanie algorytmu simpleks

Ekstremalne tablice przejścia oraz ekstremalne wskaźniki zmian jakości dla przyjętych powyżej kryteriów ekstremalnych zmian próbki materiału można znajdować przy pomocy różnych metod, w szczególności przy pomocy metod optymalizacyjnych. W niniejszym rozdziale przedstawiono zastosowanie do tego celu algorytmu simpleks programowania liniowego. Programowanie liniowe i algorytmy z nim związane należą do grupy metod operacyjnych, które służą zazwyczaj do optymalizacji przedsięwzięć ekonomicznych w skali mikro. Algorytm simpleks jest najbardziej uniwersalnym algorytmem tej grupy. Jego matematyczne podstawy pozwalają rozwiązywać bardzo szeroki zakres problemów optymalizacyjnych, dających się sprowadzić do zadań programowania liniowego. Służy on do znajdowania ekstremalnych wartości liniowej funkcji celu o liniowej postaci jej ograniczeń [6,28,29,31,32,57].

Pierwszym etapem rozwiązania postawionego problemu jest jego sformułowanie w języku programowania liniowego, czyli skonstruowanie odpowiedniego modelu matematycznego. Zadaniem programowania liniowego nazywany jest problem polegający na znalezieniu punktu o współrzędnych $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ takiego, że:

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad \max,$$

co oznacza, że funkcja Z osiąga w tym punkcie największą wartość przy następujących ograniczeniach (więzach) funkcyjnych:

$$\begin{array}{rcl} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n & b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n & b_2, \\ \text{.....} & \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n & b_m \end{array}$$

i ograniczeniach zapewniających nieujemność współrzędnych poszukiwanego punktu:

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

Funkcja Z nazywana jest funkcją celu, zmienne x_j noszą nazwę zmiennych decyzyjnych, natomiast wielkości a_{ij} , b_i , c_j ($i = 1, 2, \dots, m$; $j = 1, 2, \dots, n$) są danymi wejściowymi i nazywane są parametrami modelu.

Podany powyżej model nazywany jest postacią standartową. Istnieją ponadto inne, usankcjonowane formy modelu programowania liniowego, w których:

- poszukuje się minimum funkcji celu;
- część lub wszystkie ograniczenia funkcyjne występują w postaci równości bądź też nierówności o znakach
- rezygnuje się z części lub ze wszystkich restrykcji dotyczących znaków współrzędnych x_j .

Algorytm simpleks jest procedurą iteracyjną o dużym stopniu skomplikowania i złożoności obliczeniowej. Współcześnie zadania programowania liniowego rozwiązywane są za pomocą programów komputerowych [32].

Sposób formułowania przedstawionego zadania w terminologii programowania liniowego ilustruje następujący przykład, dla prostoty przedstawiony dla trzech klas jakości. Niech rozkłady częstości na wejściu i na wyjściu, wyrażone za pomocą częstości względnych, mają następujące postaci: $w_e = [0,6; 0,3; 0,1]$, $w_y = [0,1; 0,4; 0,5]$ (dane fikcyjne). Dla zmian jednokierunkowych nieznanymi częstościami ekstremalnych tablic przejścia są: $p_{11}, p_{12}, p_{13}, p_{22}, p_{23}, p_{33}$, a odpowiadającymi im wagami (zadanymi), niech będą liczby $w_{11}=4, w_{12}=2, w_{13}=1, w_{22}=4, w_{23}=2, w_{33}=4$. Współrzędnym punktu poszukiwanego ekstremum $(x_1, x_2, \dots, x_6)$, odpowiadają zatem wymienione częstości, parametrom $c_1, c_2, \dots, c_6$ odpowiadają przyjęte wagi, parametry a_{ij} są liczbami równymi 1 (jeśli poszukiwana częstość występuje w kolejnym ograniczeniu) lub 0 (w przeciwnym przypadku), natomiast rolę parametrów $b_1, b_2, \dots, b_6$ pełnią kolejne częstości rozkładów na wejściu i wyjściu. Funkcja celu $Z = MRI$ jest więc liniową funkcją zmiennych $p_{11}, p_{12}, p_{13}, p_{22}, p_{23}, p_{33}$, której współczynnikami są podane wagi i ma postać:

$$MRI = 4p_{11} + 2p_{12} + 1p_{13} + 4p_{22} + 2p_{23} + 4p_{33}.$$

Ograniczenia funkcji celu, wynikające z rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu, są następujące:

$$\begin{array}{ll} p_{11} + p_{12} + p_{13} = 0,6 & p_{11} = 0,1 \\ p_{22} + p_{23} = 0,3 & p_{12} + p_{22} = 0,4 \\ p_{33} = 0,1 & p_{13} + p_{23} + p_{33} = 0,5 \end{array} \quad (6)$$

Dodatkowymi (domyślnymi) ograniczeniami dla poszukiwanych częstości jest żądanie, by nie były one ujemne. Ograniczają one wartości funkcji celu od dołu. Warto zwrócić uwagę na fakt, że układ równań (6) jest układem nieokreślonym, czyli nie ma jednoznacznego rozwiązania. Aby znaleźć maksimum funkcji celu, należy jedną z podanych równości (6), np. ostatnią, zastąpić nierównością typu “ $\leq$ ”. Ogranicza to wartości funkcji celu od góry, a zarazem nie zmienia sensu praktycznego rozpatrywanego zadania programowania liniowego. Do jego rozwiązania można posłużyć się programem komputerowym, realizującym algorytm simpleks.

W wyniku działania programu otrzymuje się maksimum funkcji celu oraz poszukiwane wartości zmiennych funkcji celu, dla których występuje maksimum. W odniesieniu do rozpatrywanego przykładu, $Z_{max} = MRI_{max}$ jest możliwie największym wskaźnikiem zmian jakości, jaki można otrzymać przy ustalonych wagach dla danej pary rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu. Znalezione przez program współrzędne maksimum funkcji celu, to dla rozpatrywanego przykładu częstości tablicy przejścia T_{max} : p_{11} , p_{12} , p_{13} , p_{22} , p_{23} , p_{33} . Dla znalezienia minimum $Z_{min} = MRI_{min}$ funkcji celu oraz elementów tablicy T_{min} , wystarczy zmienić znaki współczynników funkcji celu na przeciwne i ponownie uruchomić program. Dla opisywanego przykładu otrzymano wartości: $MRI_{max} = 2,6$ i $MRI_{min} = 2,3$. Odpowiadające im tablice T_{max} i T_{min} mają postaci zmieszczone w tabeli 4.

4.8.2. Algorytm ZZ i jego zastosowanie

W przypadku zmian jednokierunkowych do znajdowania ekstremalnych tablic przejścia przy kryteriach odporności sformułowanych dla rozpatrywanych w pracy przykładów (Rozdz. 4.5) można nie wykorzystywać ani zadanych wag, ani algorytmu simpleks. W tym celu autor opracował bardzo prosty algorytm, oznaczony w skrócie ZZ (“zeruj zasoby”).

Wspomniany algorytm zilustrowano poniżej na przykładzie próbki $N = 100$ elementów sklasyfikowanych w $k = 4$ klasach jakości o następujących częstościach

Tabela 4. Ekstremalne tablice przejścia T_{max} i T_{min} do przykładu ilustrującego zastosowanie algorytmu simpleks

Table 4. Extreme transition tables, T_{max} and T_{min} for the example illustrating an application of the simplex algorithm

T_{max}	A	B	C	←Wejście Input ↓ Wyjście Output
	0,6	0,3	0,1	
	0,1	-	-	A 0,1
	0,1	0,3	-	B0,4
T_{min}	0,4	0	0,1	C0,5
	A	B	C	←Wejście Input ↓ Wyjście Output
	0,6	0,3	0,1	
	0,1	-	-	A0,1
	0,4	0	-	B0,4
	0,1	0,3	0,1	C 0,5

A, B, C – symbole klas jakości; Wejście, Wyjście – odpowiednio: rozkłady częstości na wejściu i na wyjściu.

elementów w klasach na wejściu i wyjściu: $w_e = [0,50; 0,30; 0,15; 0,05]$, $w_y = [0,10; 0,25; 0,30; 0,35]$ (dane fikcyjne). Działanie algorytmu zostało przedstawione metodą rozmieszczania elementów próbki w komórkach (podklasach) tablicy przejścia. Problem sprowadzono do znalezienia takiego rozmieszczenia tych elementów w tablicy przejścia, któremu odpowiada maksymalna odporność próbki na działanie pewnego czynnika. Chodzi więc o to, by na głównej przekątnej tablicy przejścia rozmieścić możliwie najwięcej

elementów próbki, a z pozostałej ich części, aby najwięcej znalazło się na następnej przekątnej (poniżej głównej), itd. Wstępny krok polega na zastąpieniu zadanych rozkładów częstości na wejściu (*we*) i na wyjściu (*wy*) liczebnościami elementůw próbki i wpisaniu ich do pomocniczych tablic o nazwach: *zwe* (zasoby na wejściu) i *zwy* (zasoby na wyjściu). Algorytm realizowany jest w $k = 4$ krokach, gdzie k jest liczbą klas przyjętej klasyfikacji.

Pierwszy krok polega na przypisaniu komórce l_{11} (lewy górny róg tablicy przejścia) możliwie największej liczby elementůw. Z zasobów na wyjściu wynika, że dla l_{11} nie ma wyboru – elementowi temu musi być przypisane 10 elementůw próbki. O tę wartość należy zmniejszyć zasoby zwe_1 i zwy_1 . Po pierwszym kroku tablica przejścia wraz z dołączonymi tablicami zasobów ma postać tabeli 5.

Drugi krok polega na rozdzieleniu zasobów zwe_2 pomiędzy komórki l_{12} i l_{22} drugiego wiersza tablicy przejścia w taki sposób, aby możliwie największa część tych zasobów przypadła komórce l_{22} (na głównej przekątnej), a jak najmniejsza

Tabela 5. Tworzona tablica przejścia z dołączonymi zasobami na wejściu i wyjściu po pierwszym kroku algorytmu ZZ

Table 5. Constructing transition table with appended resources on the input and the output after the first step of the ZZ algorithm

A	B	C	D	Zasoby: ← Wejścia ↓ Wyjścia Resources on: ← Input ↓ Output
40	30	15	5	
10	-	-	-	A 0
l_{12}	l_{22}	-	-	B 25
l_{13}	l_{23}	l_{33}	-	C 30
l_{14}	l_{24}	l_{34}	l_{44}	D 35

A, B, C, D – symbole klas jakości; l_{ij} ($i = 1, 2, 3, 4; j = i, \dots, 4$) – nieznanne zawartości komórek two-rzonnej tablicy przejścia.

A, B, C, D – symbols of quality classes; l_{ij} ($i = 1, 2, 3, 4; j = i, \dots, 4$) – unknowns contents of cells of constructing transition table.

poza nią, czyli w komórce l_{12} . Analizując zasoby odpowiadające l_{22} ($zwe_2 = 30$, $zwy_2 = 25$), łatwo spostrzec, że w komórce l_{22} można umieścić co najwyżej 25 elementów próbki. Jest to minimum spośród tych dwóch zasobów. Należy więc przypisać komórce l_{22} 25 elementów i o tyleż samo zmniejszyć zasoby zwe_2 i zwy_2 . W ten sposób zasoby drugiego wiersza zostały już wyczerpane. Zatem komórce l_{12} można przypisać jedynie zero elementów. Oczywiście, odjęcie zera od zasobów zwe_2 i zwy_2 nie zmienia ich zawartości. Po dwóch krokach budowana tablica przejścia wraz z zasobami zwe i zwy ma postać przedstawioną w tabeli 6.

Trzeci krok polega na rozdzieleniu zasobów zwe_3 pomiędzy elementy trzeciego wiersza, a rozpoczyna się od przydzielenia największej ich części komórce l_{33} (na głównej przekątnej). Tej komórce można przydzielić co najwyżej 15 elementów, gdyż $\min(15, 30) = 15$. Po odjęciu tej liczby od zwe_3 i zwy_3 otrzymuje się: $zwe_3 = 0$, $zwy_3 = 15$. A więc, do rozdzielenia na pozostałe komórki trzeciego wiersza pozostało 15 elementów próbki materiału. Z tej liczby do komórki l_{23} należy przydzielić 5 elementów (na tyle maksymalnie pozwala

Tabela 6. Tworzona tablica przejścia z dołączonymi zasobami na wejściu i wyjściu po drugim kroku algorytmu ZZ

Table 6. Constructing transition table with appended resources on the input and the output after the second step of the ZZ algorithm

A	B	C	D	Zasoby: ← Wejścia ↓ Wyjścia Resources on: ← Input ↓ Output
40	5	15	5	
10	-	-	-	A 0
0	25	-	-	B 0
l_{13}	l_{23}	l_{33}	-	C 30
l_{14}	l_{24}	l_{34}	l_{44}	D 35

Oznaczenia jak w tabeli 5 / Denotations as to table 5.

aktualna wartość $zwe_2 = 5$), a do l_{13} – pozostałe 10. Po trzech krokach budowana tablica przejścia i tablice zasobów mają postać przedstawioną w tabeli 7.

Czwarty krok: Zasoby przynależne czwartemu wierszowi, $zwe_4 = 35$, pozostają do rozdzielania na l_{44} (5 elementów) i na l_{14} (30 elementów), gdyż pozostałe zasoby wejścia zostały już wyczerpane ($zwe_2 = zwe_3 = 0$). Ostatecznie, poszukiwana tablica przejścia ma postać przedstawioną w tabeli 2c.

Analogiczne postępowanie należy przeprowadzić przy poszukiwaniu tablicy przejścia, której odpowiada minimalna odporność próby. Kroki wstępny i pierwszy są identyczne. W następnych krokach rozdzielanie określonej liczby elementów próby do odpowiednich komórek danego wiersza tablicy przejścia powinien mieć kierunek przeciwny. Zatem kolejne kroki należy rozpoczynać od komórki leżącej możliwie najdalej od głównej przekątnej, czyli od komórki należącej do pierwszej kolumny. Dla rozpatrywanego przykładu poszukiwana tablica przejścia ma postać przedstawioną w tabeli 2a.

Algorytm ZZ działa również poprawnie, gdy poszukiwane tablice przejścia buduje się “od końca”, to znaczy od określenia zawartości komórki l_{kk} (pierwszy krok).

Tabela 7. Tworzona tablica przejścia z dołączonymi zasobami na wejściu i wyjściu po trzecim kroku algorytmu ZZ

Table 7. Constructing transition table with appended resources on the input and the output after the third step of the ZZ algorithm

A	B	C	D	Zasoby: ← Wejścia ↓ Wyjścia Resources on: ← Input ↓ Output
30	0	0	5	
10	-	-	-	A 0
0	25	-	-	B 0
10	5	15	-	C 0
l_{14}	l_{24}	l_{34}	l_{44}	D 35

Oznaczenia jak w tabeli 5 / Denotations as to table 5.

W następnym kroku rozmieszcza się elementy przedostatniej kolumny, a rozmieszczanie kończy się na pierwszej kolumnie.

Postępowanie przebiega w podobny sposób, gdy operuje się częstościami względnymi, a nie jak w przedstawionym przykładzie – liczebnościami elementów próby.

Podany algorytm, po nieznacznej modyfikacji, można stosować również przy poszukiwaniu tablicy przejścia dla zmian dwukierunkowych, która odpowiada maksymalnej odporności próby. W pierwszym kroku, stosując opisany powyżej sposób, znajduje się częstości głównej przekątnej tablicy przejścia, starając się przypisać im maksymalną część elementów próbki. Każda znaleziona w ten sposób częstość powoduje wyzerowanie zasobów odpowiadającego jej wiersza lub kolumny. Po wyczerpaniu zasobów danej kolumny (na wejściu) lub wiersza (na wyjściu) w budowanej tablicy przejścia wpisuje się zera. W drugim kroku, postępując analogicznie, określa się częstości dla niewypełnionych zerami elementów tablicy przejścia leżących bezpośrednio pod i nad główną przekątną. Postępując analogicznie, przechodzi się do ustalania częstości tablicy przejścia coraz bardziej odległych od głównej przekątnej.

Dotychczas nie udało się opracować równie prostego algorytmu do znajdowania tablicy przejścia dla zmian dwukierunkowych, która odpowiada minimalnej odporności próby. W tym przypadku skuteczny jest np. algorytm simpleks.

4.9. Problemy istnienia rozwiązań i ich jednoznaczności

Poszukując rozwiązań zadania optymalizacyjnego, należy rozstrzygnąć następujące kwestie:

- czy zadanie jest rozwiązalne?
- czy istnieją jakiekolwiek jego rozwiązania (zwane dopuszczalnymi), niekoniecznie optymalne?
- czy ich istnienie jest zależne od jakichś warunków?
- czy otrzymane rozwiązanie jest jednoznaczne?

Dotychczasowe rozważania oraz przytoczone przykłady wskazują, że problem znajdowania ekstremalnych tablic przejścia jest rozwiązalny. Rozstrzygnięcie kolejnych kwestii przedstawiono w następnych podrozdziałach.

4.9.1. Rozwiązania dopuszczalne

W związku ze znajdowaniem ekstremalnych tablic przejścia dla określonej pary rozkładów na wejściu i na wyjściu przy ustalonym kryterium zmian jakości wyłania się przede wszystkim problem istnienia bodaj jednej tablicy przejścia.

Prostą metodą uzyskania odpowiedzi, zastępującą próbę budowy tablicy przejścia, jest badanie różnic szeregów kumulacyjnych tych rozkładów lub wzajemnego usytuowania ich kumulacyjnych krzywych częstości (Rozdz. 4.2.). Z tych badań wynika, że przedstawiony problem dotyczy tylko zmian jednokierunkowych i należy rozpatrywać go z punktu widzenia ewentualnej redukcji dwukierunkowego modelu zmian jakości do któregoś z modeli jednokierunkowych. Jeśli zatem para rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu odpowiada założonemu kierunkowi zmian jakości, to dla tej pary można zbudować przynajmniej jedną tablicę przejścia. Tylko jedna tablica istnieje np. wtedy, gdy oba rozkłady częstości są identyczne ($w_e = w_y$) lub gdy przynajmniej jeden z nich redukuje się do jednej klasy. Przy założeniu zmian dwukierunkowych, dla dowolnych rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu, zawsze można zbudować przynajmniej jedną tablicę przejścia.

Rozważmy następujący przykład, dotyczący liczby i postaci możliwych tablic przejścia. Wydawałoby się, że jeśli rozkład na wejściu jest identyczny z rozkładem na wyjściu, wówczas może istnieć tylko jedna tablica przejścia, i to bardzo szczególna. Taka mianowicie, której elementy niezerowe występują jedynie na głównej przekątnej i są nimi kolejne częstości wspólnego rozkładu. W istocie jest tak jedynie w przypadku zmian jednokierunkowych. Jeśli dopuści się możliwość zmian jakości w obu kierunkach, wówczas w wielu przypadkach można zbudować dla nich taką tablicę przejścia, której zerami mogą być nawet wszystkie elementy na głównej przekątnej. Niech np. rozkład pełniący rolę zarówno wejściowego i wyjściowego ma postać: $w_e = w_y = [50, 30, 20]$ ($k = 3$, $N = 100$). Omawiane tablice przejścia przedstawiono w tabelach 8a i 8b.

Z przykładu tego wynika następujący wniosek: przy zmianach dwukierunkowych, jeśli rozkład na wejściu jest identyczny z rozkładem na wyjściu, przejście elementów z jednych klas do innych może być tak nieoczekiwane, że w skrajnym przypadku żaden z elementów próby materiału może nie pozostać w swojej pierwotnej klasie.

Rozwiązaniami dopuszczalnymi są tablice przejścia dla określonej pary rozkładów na wejściu i na wyjściu. Domyślnym warunkiem ich dopuszczalności jest to, aby częstości tych tablic bilansowały się w obu kierunkach, tzn., aby sumy kolumn dawały częstości rozkładu wejściowego, a sumy wierszy – częstości rozkładu wyjściowego. Rozwiązania dopuszczalne zapewniają istnienie rozwiązania, czyli pary (lub par) tablic ekstremalnych. Jeśli rozkłady na wejściu i na wyjściu są wynikiem testowania zmian jakości elementów pewnej próbki materiału, wówczas problem istnienia dopuszczalnych rozwiązań jest problemem czysto akademickim.

Tabele 8a, 8b. Dwie różne tablice przejścia dla tego samego rozkładu częstości (%) na wejściu i na wyjściu (dwukierunkowe zmiany jakości)

Tables 8a, 8b. Two different transition tables for the same frequency distribution (%) on the input and the output (bi-directional quality changes)

a	A	B	C	←Wejście Input ↓ Wyjście Output
	50	30	20	
	50	0	0	A 50
	0	30	0	B 30
b	A	B	C	←Wejście Input ↓ Wyjście Output
	50	30	20	
	0	30	20	A 50
	30	0	0	B 30
	A	B	C	←Wejście Input ↓ Wyjście Output
	50	30	20	
	0	30	20	A 50
	30	0	0	B 30
	A	B	C	←Wejście Input ↓ Wyjście Output
	50	30	20	
	0	30	20	A 50
	30	0	0	B 30
	A	B	C	←Wejście Input ↓ Wyjście Output
	50	30	20	
	0	30	20	A 50
	30	0	0	B 30

4.9.2. Jednoznaczność rozwiązań ekstremalnych

Jak już pokazano, dla zadanej pary rozkładów na wejściu i na wyjściu może istnieć wiele dopuszczalnych tablic przejścia. Powstaje pytanie, czy wówczas, dla tego samego, ustalonego układu wag, mogą istnieć różne ekstremalne tablice przejścia, lecz dające te same wartości wskaźnika zmian jakości? Odpowiedź jest pozytywna w przypadku zmian dwukierunkowych: może istnieć nawet nieskończenie wiele tablic ekstremalnych. Ilustruje to następujący przykład:

Próbkę złożoną z $N = 265$ elementów sklasyfikowano w $k = 5$ klasach jakości i uzyskano następujące liczby ich elementów na wejściu i wyjściu: $\mathbf{w}_e = [100, 20, 50, 80, 15]$, $\mathbf{w}_y = [50, 30, 150, 10, 25]$. Należy znaleźć tablicę przejścia,

odpowiadającą minimalnej odporności tej próbki na działanie czynnika, który może powodować zmiany jakości jej elementów w obu kierunkach. W tym przykładzie element materiału uważany jest za tym bardziej odporny, im ulegnie mniejszej zmianie, obojętnie w którym kierunku. Poszukiwanej tablicy przejścia przypisano następujące wagi dwójkowe: elementom próbki, które nie zmieniły swej klasy jakości (główna przekątna) – 16, elementom, które przeszły do klasy bezpośrednio wyższej lub niższej (nad główną przekątną i pod nią) – 8, elementom które przeszły o dwie klasy wyżej lub niżej – 4, o trzy klasy – 2, o cztery – 1.

Stosując metodę kolejnych prób, otrzymano pierwszą tablicę przejścia (tab. 9a), natomiast przy zastosowaniu algorytmu simpleks – drugą z nich (tab. 9b). Obie te tablice przejścia, aczkolwiek są różne, dla przyjętych wag dają tę samą wartość minimalnego wskaźnika odporności: $1150/265 = 4,34$. Z teorii programowania liniowego [57] wynika, że jeśli funkcja celu osiąga wartość ekstremalną w dwóch różnych punktach x , x , to osiąga tę samą wartość także we wszystkich punktach wewnętrznych odcinka o końcach x i x . Zatem w tym przypadku istnieje nieskończenie wiele ekstremalnych tablic przejścia.

Dla dowolnego układu wag trudno podać warunki na istnienie jednej pary ekstremalnych tablic przejścia. W przypadku zmian jednokierunkowych, dla przyjętego w pracy kryterium odporności o wagach dwójkowych, o ile istnieje para ekstremalnych tablic przejścia i ekstremalnych wskaźników zmian jakości, to tylko jedna. Zapewnia to szczególna, trójkątna budowa tablic przejścia i wybrany układ wag. Jeśli istnieje tylko jedna tablica przejścia, wówczas $T_{min} = T_{max} = T_{test}$ i $MRI_{min} = MRI_{max} = MRI_{test}$.

4.10. Przedział wyznaczony przez ekstremalne wskaźniki zmian jakości

Mając obliczony wskaźnik zmian jakości dla testowanej próbki materiału na podstawie jej tablicy przejścia (T_{test}), jest korzystne wiedzieć, jak dalece odbiega on od możliwie największego i możliwie najmniejszego wskaźnika, jaki można otrzymać dla danej pary rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu, czyli dla wszystkich próbek materiału klasy . Mogą być interesujące odpowiedzi na następujące pytania:

- czy badany czynnik jest tak silny, że materiał poddany jego działaniu jest skłonny do zmian w możliwie maksymalnym stopniu, czy też przeciwnie – jest bliższy minimalnym zmianom?
- jak duży jest rozstęp między minimalnym a maksymalnym wskaźnikiem zmian jakości?

Tabele 9a, 9b. Dwie różne tablice przejścia odpowiadające minimalnej odporności próby
Tables 9a, 9b. Two different transition tables corresponding to a minimum sample resistance

a

A	B	C	D	E	←Wejście Input ↓ Wyjście Output
100	20	50	80	15	
0	0	35	15	0	A 50
0	0	0	30	0	B 30
100	0	0	35	15	C 150
0	10	0	0	0	D 10
0	10	15	0	0	E 25

b

A	B	C	D	E	←Wejście Input ↓ Wyjście Output
100	20	50	80	15	
0	0	25	25	0	A 50
0	0	0	30	0	B 30
100	10	0	25	15	C 150
0	10	0	0	0	D 10
0	0	25	0	0	E 25

A, B, C, D, E – symbole klas jakości; Wejście, Wyjście – liczebności elementów próby w klasach jakości na wejściu i na wyjściu.

A, B, C, D, E – symbols of quality classes; Input, Output – numbers of sample elements in input and output classes, respectively.

Znając wskaźnik zmian jakości MCI_{test} , odpowiadający faktycznej tablicy przejścia T_{test} , uzyskuje się jego pełniejszą ocenę – na tle przedziału wyznaczonego przez ekstremalne wskaźniki MCI_{min} i MCI_{max} , odpowiadające ekstremalnym tablicom T_{min} i T_{max} . Te dwie liczby określają na skali wskaźnika bardzo przydatny do dalszych analiz przedział $MCI_{min} ; MCI_{max}$, czyli zakres wskaźnika zmian jakości dla wszystkich próbek materiału klasy , w szczególności więc dla analizowanej próbki materiału. Jeśli jest ona dostatecznie reprezentatywna, wówczas przedział ten oraz wartość MCI_{test} w pełni obrazują zmiany jakości badanego materiału z punktu widzenia przyjętego kryterium. Istotne jest zarówno usytuowanie MCI_{test} w tym przedziale jak i usytuowanie samego przedziału na skali wskaźnika MCI , a także jego długość:

$$MCI = MCI_{max} - MCI_{min}.$$

Przedział wyznaczony przez ekstremalne wartości wskaźnika zmian jakości może być bardzo przydatną, przybliżoną miarą zmian jakości wówczas, gdy metoda testowania zmian jakości nie daje możliwości zbudowania tablicy przejścia T_{test} , czyli wtedy, gdy jedynymi danymi do analizy zmian jakości są rozkłady częstości na wejściu i na wyjściu. Z uwagi na to, że faktyczna wartość wskaźnika zmian jakości (MCI_{test}) zawiera się w przedziale $MCI_{min} ; MCI_{max}$, więc z możliwie najmniejszym błędem można ocenić jego przybliżoną wartość MCI_{test}^* przyjmując, że:

$$MCI_{test}^* = (MCI_{max} + MCI_{min})/2.$$

Oczywiście, im krótszy jest przedział $MCI_{min} ; MCI_{max}$, tym dokładniejsza jest ocena MCI_{test}^* .

Przedział $MCI_{min} ; MCI_{max}$ oraz wartość MCI_{test} mogą służyć do porównywania zmian różnych próbek materiału, różnych czynników destrukcyjnych, metod postępowania z materiałem (np. technologii przetwórstwa) lub tej samej próbki między określonymi momentami pewnego procesu. Celowe jest przypisanie konkretnej nazwy przedziałowi $MCI_{min} ; MCI_{max}$ w zależności od analizowanego materiału i związanego z nim problemu oceny zmian jakości. Przykłady zamieszczone w pracy dotyczą problemów odporności (trwałości) materiałów (ziaren zbóż i agregatów glebowych) na działanie określonych czynników destrukcyjnych. W przypadku ziaren nazwano go przedziałem zmian odporności, a w przypadku agregatów – zmian trwałości (lub w skrócie odpowiednio: przedziałem

odporności i trwałości). Natomiast jego długość ($MRI = MRI_{max} - MRI_{min}$) nazwano bezwzględ- nym zakresem zmian odporności (trwałości).

Przedział MCI_{min} ; MCI_{max} i znajdująca się w nim wartość MCI_{test} stanowią analogię do wyników testów statystycznych, które umożliwiają przedstawienie średniej wartości cechy wraz z jej przedziałem ufności. Wartość MCI_{test} nie musi jednak leżeć w środku przedziału MCI_{min} ; MCI_{max} , może nawet pokrywać się z którymś jego końców. Gdy $MCI_{min} = MCI_{max} = MCI_{test}$, przedział ten redukuje się do jednego punktu, a jego długość jest równa zero. Drugą skrajnością jest bardzo długi przedział, obejmujący znaczną część skali wskaźnika MCI . Interpretacja i ocena tych przypadków zależy od konkretnych problemów.

Ze względu na wspomnianą analogię przyjęto następujące kryteria porównawcze: jeśli porównywane przedziały przynajmniej częściowo pokrywają się, wówczas odpowiadające im próbki materiału nazwano próbkami o *bliskich zakresach zmian jakości* (lub odpowiednio do nazwy wskaźnika: odporności, trwałości, stabilności, podatności *etc.*). Wszystkie próbki materiału klasy mają nie tylko bliskie, lecz nawet *jednakowe zakresy zmian jakości*. Jeśli jeden z porównywanych zakresów zmian jakości całkowicie obejmuje pozostałe zakresy, wówczas porównywane próbki nazwano próbkami o *podobnych zakresach* zmian jakości. Próbki o rozłącznych zakresach odporności nazwano próbkami o *odległych zakresach zmian jakości* (rys. 2).

4.11. Wskaźniki pomocnicze

W celu przedstawienia wzajemnych relacji między trójką liczb: MRI_{test} , MRI_{min} i MRI_{max} , określono dwa pomocnicze wskaźniki. Mogą one dawać możliwość różnych interpretacji, m.in. mogą służyć do względnej oceny zmian odporności materiałów.

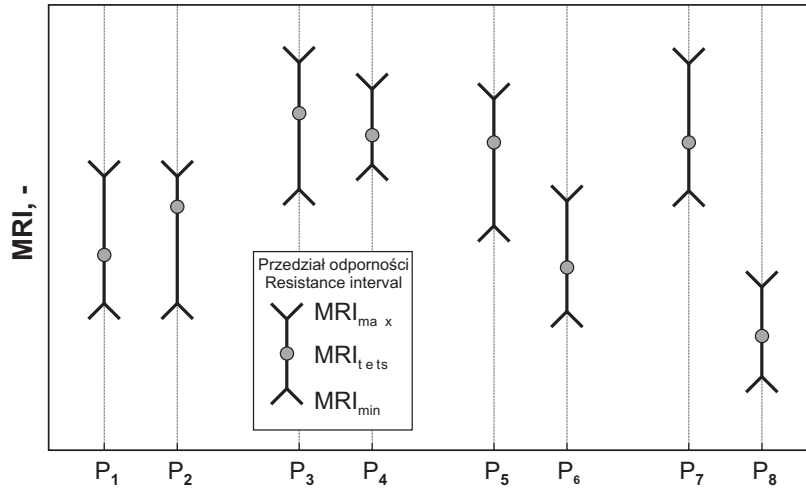
Wskaźnik δMRI . Jest to miara długości przedziału odporności w stosunku do wskaźnika odporności. Nazwano go względnym zakresem odporności:

$$\delta MRI = 100 (MRI / MRI_{test}), \%$$

Wskaźnik δMRI może służyć jako miara zmienności – jest analogiem wskaźnika zmienności W , stosowanego w statystyce matematycznej:

$$W = 100 (dev(x) / \bar{x}), \%$$

Wskaźnik δMRI przyjmuje wartości $\geq 0\%$. Jego największa wartość zależy od skali wskaźnika odporności. Przy stałej wartości ΔMRI , wskaźnik δMRI maleje



Rys. 2. Przykłady porównywanych par próbek o przedziałach odporności: P₁, P₂ – jednakowych; P₃, P₄ – podobnych; P₅, P₆ – bliskich; P₇, P₈ – odległych

Fig. 2. An examples of compared samples pairs with resistance intervals are: P₁, P₂ – identical; P₃, P₄ – similar; P₅, P₆ – related; P₇, P₈ – distant

wraz ze wzrostem MRI_{test} , co przy destrukcyjnym charakterze zmian jakości materiału pozytywnie świadczy o jego odporności. Natomiast przy stałej wartości MRI_{test} , wskaźnik δMRI rośnie wraz ze wzrostem ΔMRI , co z kolei negatywnie świadczy o odporności materiału.

Przypadki szczególne: gdy przedział odporności zredukowany jest do jednego punktu (czyli wtedy, gdy $MRI_{min} = MRI_{max} = MRI_{test}$), to $\delta MRI = 0\%$; gdy ΔMRI pokrywa całą skalę wskaźnika odporności, zaś $MRI_{test} = 1$ (dolny kres skali wskaźnika odporności), to $\delta MRI = 100 \text{ (maxMRI} - 1)\%$, gdzie maxMRI jest największą wartością na skali wskaźnika odporności.

Wskaźnik **qMRI**. Jest to względna miara położenia MRI_{test} w przedziale $MRI_{min}; MRI_{max}$. Można interpretować go jako miarę jakości zmian odporności:

$$qMRI = 100 (MRI_{test} - MRI_{min}) / \Delta MRI, \%$$

Wskaźnik $qMRI$ przyjmuje wartości od 0% do 100%. Im MRI_{test} usytuowany jest bliżej MRI_{min} (najmniejszy wskaźnik odporności, jaki próbka o określonej parze rozkładów na wejściu i na wyjściu może osiągnąć), tym mniejszy (mniej korzystny) jest wskaźnik $qMRI$. I przeciwnie – im MRI_{test} usytuowany jest bliżej MRI_{max} (największy wskaźnik odporności, jaki ta próbka może osiągnąć), tym większy (bardziej korzystny) jest wskaźnik $qMRI$.

Przypadki szczególne: gdy $MRI_{test} = MRI_{min}$, to $qMRI = 0\%$; gdy $MRI_{test} = MRI_{max}$, to $qMRI = 100\%$; gdy $MRI_{test} = (MRI_{min} + MRI_{max})/2$, to $qMRI = 50\%$; gdy $MRI_{test} = MRI_{min} = MRI_{max}$, wówczas umownie należy przyjąć, że $qMRI = 100\%$.

Po ewentualnej modyfikacji podane wskaźniki mogą być przydatne również do względnej oceny inaczej rozumianych zmian jakości.

4.12. Oszacowanie częstości elementów podatnych i w pełni odpornych na zmiany dla próbek materiału klasy

Jeśli zróżnicowanie zasięgu zmian elementów próbek materiału klasy nie jest istotne dla rozważanego problemu, a interesująca jest jedynie częstość elementów, które uległy (lub mogły ulec) jakiegokolwiek degradacji, przechodząc w klasyfikacji do niższych klas, wówczas przydatne są przedziały, w których ta częstość może się znajdować. Elementy takie nazwano podatnymi na działanie określonego czynnika destrukcyjnego. Oszacowanie ich częstości w próbce można uzyskać dwoma sposobami:

- za pomocą różnic częstości szeregów kumulacyjnych (dolny kres) i za pomocą rozkładów częstości wejścia i wyjścia (górny kres),
- na podstawie ekstremalnych tablic przejścia.

Faktyczną częstość elementów podatnych można obliczyć, gdy przeprowadzony eksperyment oceny jakości próbki materiału umożliwia zestawienie dla niej tablicy przejścia T_{test} . Wówczas jest to suma częstości, które znajdują się pod główną przekątną tej tablicy lub po prostu wielkość $s = 1 - d_0$, gdzie d_0 jest sumą częstości głównej przekątnej tablicy T_{test} .

Pierwszy sposób oszacowania częstości elementów podatnych polega na wykorzystaniu do tego celu wyłącznie częstości rozkładów na wejściu i na wyjściu. Dolny kres tego oszacowania ($\underline{S}$) jest największą spośród różnic częstości skumulowanych: $r_1, r_2, \dots, r_k$ (k – liczba klas), odpowiadających określonej parze rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu, czyli:

$$\underline{S} = \max(r_1, r_2, \dots, r_k),$$

natomiast górny kres jest równy:

$$\overline{S} = 1 - (p_k + q_1),$$

gdzie p_k jest ostatnią częstością rozkładu wejściowego, zaś q_1 jest pierwszą częstością rozkładu wyjściowego.

Do otrzymania drugiego, dokładniejszego oszacowania częstości elementów podatnych na działanie określonego czynnika destrukcyjnego, konieczne jest

znalezienie ekstremalnych tablic przejścia T_{min} i T_{max} , odpowiadających danej parze rozkładów częstości. Przy użyciu tego sposobu szacowania kresy oblicza się podobnie, jak faktyczną częstość elementów podatnych. Dolny kres ($\underline{s}$) otrzymuje się z tablicy T_{max} , a górny ($\bar{s}$) – z tablicy T_{min} . Tak więc:

$$\text{z } T_{max}: \underline{s} = 1 - d_0; \quad \text{z } T_{min}: \bar{s} = 1 - d_0.$$

W podobny sposób otrzymuje się oszacowania częstości elementów, które były w pełni odporne. Przedziały wyznaczone przez oba sposoby szacowania mogą odgrywać podobną rolę, jak np. przedziały ufności w analizie wariancji – mogą służyć do porównywania zakresów podatności lub odporności wielu próbek materiału lub tej samej próbki w badanym procesie.

4.13. Komputerowy program do analizy jednokierunkowych zmian jakości materiałów dla przyjętego kryterium oceny tych zmian

Znaczną część obliczeń do zamieszczonych w następnych rozdziałach przykładów analiz odporności dla zmian jednokierunkowych wykonano przy użyciu programu p.n. "Zmiany jakości" [35]. Jego zasadniczą częścią jest implementacja algorytmu ZZ, służącego do znajdowania ekstremalnych tablic przejścia wg przyjętego w niniejszej pracy kryterium oceny zmian jakości materiału.

Wspomniany program jest dużym ułatwieniem w wykonywaniu analiz. Po wprowadzeniu rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu program sprawdza, czy dane te odpowiadają modelowi zmian jednokierunkowych o charakterze destrukcyjnym. W zależności od wybranych przez operatora opcji, wynikami analiz mogą być: szeregi kumulacyjne, tablice przejścia T_{max} , T_{min} i T_{test} , odpowiadające im wskaźniki odporności i wskaźniki pomocnicze. Wyświetlane są one na ekranie monitora. Można je również wydrukować lub zapisać w wybranym pliku.

4.14. Analizowanie procesów zmian jakości materiału

Procesy zmian jakości materiału można analizować w następujący sposób:

- krok po kroku, np. między kolejnymi dobami, w których kontrolowany jest stan jakości materiału;
- etap po etapie, gdzie etapy obejmują szereg kroków, np. od rozpoczęcia nawilżania materiału do jego zakończenia, następnie od rozpoczęcia suszenia do jego zakończenia;
- w narastającym czasie, np. po 1 dobie suszenia, po 2 dobach, ..., po n dobach (czyli od początku do końca procesu suszenia materiału).

Dwa pierwsze sposoby są szczególnie użyteczne w przypadku zmian dwukierunkowych. W takich analizach częstości rozkładu wyjściowego poprzedniego okresu są zarazem częstościami rozkładu wejściowego następnego okresu. Ostatni sposób jest korzystny w przypadku zmian jednokierunkowych. Rozkładem wejściowym są stale te same częstości, natomiast zmienia się rozkład częstości na wyjściu. Ten sposób polega więc na analizowaniu skutków kumulacyjnego działania czynnika destrukcyjnego.

4. OPIS METODY

Niniejszy rozdział obejmuje najbardziej ogólne fragmenty opisu metody, dotyczące możliwie szerokiej klasy materiałów i problemów. Szczegółowy sposób analizowania zmian jakości zależy od rodzaju materiału i od konkretnego problemu z nim związanego.

4.1. Podstawowe określenia

Zasady klasyfikacji. Porządek klas w przyjętej klasyfikacji najczęściej wskazuje na znaczenie poszczególnych klas dla jakości materiału. Nie stanowi to jednak reguły, czego przykładem jest klasyfikacja agregatów glebowych wg ich średnic. Wszystkie klasy muszą wyczerpywać zbiór możliwych wartości cechy – nie może być takiego elementu, którego nie dałoby się sklasyfikować. Klasy muszą być rozłączne – dany element można przypisać tylko do jednej klasy. Jeśli cecha jest mierzalna, to najczęściej dokonywany jest podział na klasy o równych długościach [23,54]. Stosowany jest również podział na klasy o równych prawdopodobieństwach, lecz z wyjątkiem cech o rozkładzie jednostajnym tego typu klasy mają różne długości. W takich przypadkach do określania granic klas niezbędne są tablice rozkładu badanej cechy. Najważniejszą zasadą klasyfikowania cech niemierzalnych jest precyzyjne sformułowanie kryteriów przydziału elementów materiału do poszczególnych klas.

Liczba klas – co najmniej trzy dla zmian jednokierunkowych, dwie – dla dwukierunkowych. Ze względów praktycznych klas nie może być zbyt dużo, maksymalnie kilkanaście.

Rozkładem wejściowym nazwano rozkład częstości $\mathbf{we} = [p_1, p_2, \dots, p_k]$ danej cechy w testowanej próbce materiału w ustalonych klasach jakości przed zastosowaniem pewnego czynnika lub w określonym momencie t_p procesu. *Rozkładem wyjściowym* nazywano rozkład częstości $\mathbf{wy} = [q_1, q_2, \dots, q_k]$ tej cechy dla przyjętej klasyfikacji po zastosowaniu tegoż czynnika lub w określonym momencie t_k procesu ($t_k > t_p$). Momenty t_p i t_k mogą, lecz nie muszą oznaczać początek i koniec procesu. W szczególności mogą to być kolejne momenty $t_1, t_2, \dots, t_n$, w których określana jest przynależność elementów próbki do klas jakości. W terminologii analizy procesów klasy jakości nazywane są możliwymi *stanami* materiału.

Wszystkie próbki tego samego materiału charakteryzujące się dowolną lecz ściśle określoną parą rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu ($\mathbf{we}$, $\mathbf{wy}$) nazwano próbkami klasy .

W pracy rozpatrywane są jedno- i dwukierunkowe modele zmian jakości:

Zmiany jednokierunkowe. Założono słabo-monotoniczny wzrost wartości badanej cechy wśród elementów materiału w wyniku zaistniałego czynnika albo alternatywnie – słabo-monotoniczny spadek. Oznacza to, że wartości cechy mogą albo rosnąć lub nie zmieniać się (jak np. wskaźnik uszkodzeń dla ziaren zbóż), albo maleć lub nie zmieniać się (jak np. średnice agregatów). W odniesieniu do przyjętej klasyfikacji oba te przypadki sprowadzają się do możliwości występowania spadków do klas niższych lub niezmienności klas wśród elementów materiału. W pracy przedstawiono zatem analizę zmian o destrukcyjnym charakterze działania badanych czynników na elementy materiału. Analiza zmian o odmiennym charakterze, czyli poprawa jakości, np. dojrzewania owoców, jest analogiczna.

Zmiany dwukierunkowe. Dopuszcza się oba kierunki zmian jakości elementów materiału w przyjętej klasyfikacji (spadek i awans) oraz nie występowanie zmian, np. rozpad, sklejanie się i niezmiennosc (trwałość) wielkości agregatów glebowych pod wpływem działania wody. W szczególnych przypadkach dwukierunkowe zmiany jakości mogą redukować się do zmian tylko w jednym, określonym kierunku.

4.2. Identyfikacja kierunków zmian jakości

Wnioskowanie o faktycznych lub hipotetycznych kierunkach zmian jakości odniesiono do próbki klasy, czyli do materiału o dowolnych lecz ustalonych rozkładach częstości na wejściu i na wyjściu. Jest ono szczególnie przydatne wtedy, gdy np. ze względu na sposób przeprowadzenia eksperymentu mającego na celu ocenę zmian jakości materiału nie ma możliwości zestawienia tablicy przejścia dla testowanej próbki, czyli gdy jedynymi dostępnymi danymi do takiej analizy jest właśnie wspomniana para rozkładów częstości.

Kierunek zmian jakości można zidentyfikować na podstawie analizy tzw. szeregów kumulacyjnych lub kumulacyjnych krzywych częstości zadanych rozkładów. Niech $\mathbf{we} = [p_1, p_2, \dots, p_k]$ i $\mathbf{wy} = [q_1, q_2, \dots, q_k]$ (k – liczba klas) oznaczają wspomniane rozkłady częstości, zapisane w postaci liczb względnych. Ich szeregi kumulacyjne $\text{Cum}(\mathbf{we})$ i $\text{Cum}(\mathbf{wy})$ otrzymuje się tworząc ciągi sum częściowych kolejnych częstości:

$$\begin{aligned}\text{Cum}(\mathbf{we}) &= [p_1, p_1 + p_2, p_1 + p_2 + p_3, \dots, \sum_{i=1}^k p_i] \\ \text{Cum}(\mathbf{wy}) &= [q_1, q_1 + q_2, q_1 + q_2 + q_3, \dots, \sum_{j=1}^k q_j]\end{aligned}$$

Następnie tworzy się ciąg odpowiadających sobie różnic obu tych szeregów:

$$\text{Cum}(\mathbf{we}) - \text{Cum}(\mathbf{wy}) = [r_1, r_2, r_3, \dots, r_k] = [p_1 - q_1, (p_1 + p_2) - (q_1 + q_2), \dots, p_k - q_k]$$
, przy czym ostatnia różnica, $r_k = 0$, gdyż $p_k = q_k = 1$.

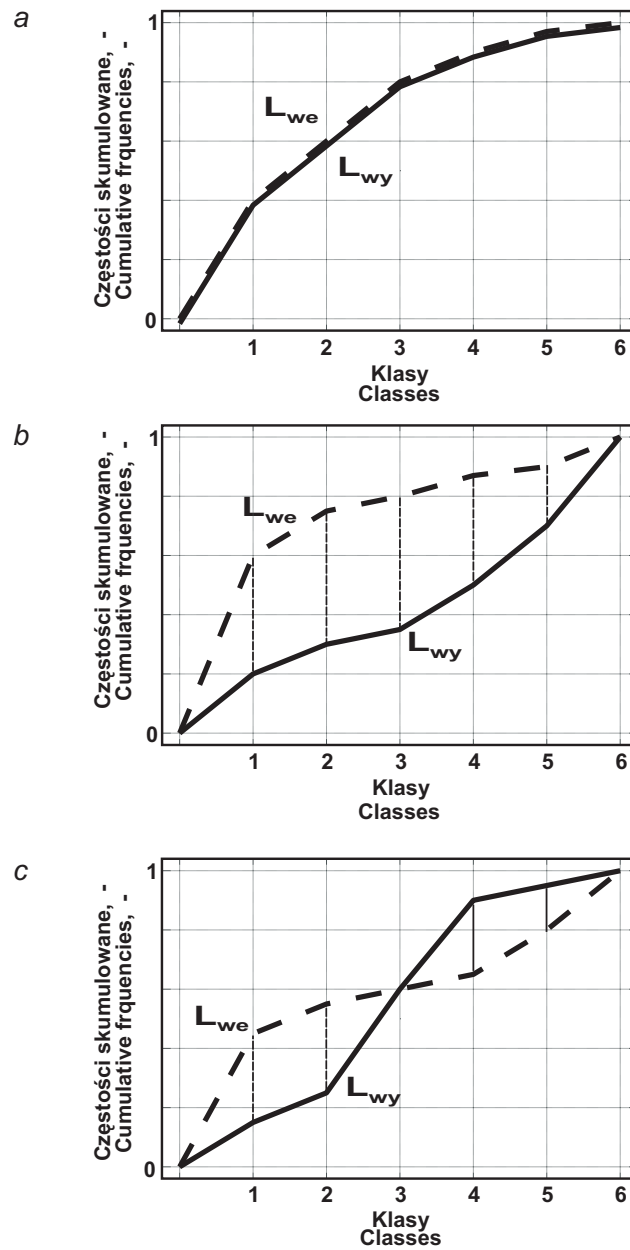
Zakładając, np. że oczekiwane zmiany mają charakter destrukcyjny, w zależności od znaków ciągu różnic wynikają następujące wnioski:

- jeśli część różnic jest dodatnia, a część ujemna, wówczas nie mogły wystąpić zmiany jakości tylko w oczekiwanym kierunku – musiały występować zmiany w obu kierunkach;
- jeśli przynajmniej jedna różnica jest liczbą dodatnią, a pozostałe są zerami, to wystąpiły zmiany w oczekiwanym kierunku, tzn. destrukcja części elementów i brak zmian u pozostałych;
- w obu wyżej wymienionych przypadkach maksymalna różnica jest dolnym kresem częstości elementów, które uległy destrukcji;
- jeśli ciąg różnic składa się z samych zer (co oznacza, że oba rozkłady częstości są identyczne), wówczas nie wystąpiły spadki jakości – próbka elementów była odporna na działanie czynnika destrukcyjnego.

Oba szeregi kumulacyjne można przedstawić również graficznie – za pomocą kumulacyjnych krzywych częstości. Są to linie łamane o wierzchołkach, których współrzędne to numery klas (od 1 do k) i odpowiadające im skumulowane częstości. Jeśli wykona się wspólny wykres obu krzywych kumulacyjnych, to ich wzajemne usytuowanie uwidoczni możliwości wystąpienia spadku, niezmienności i ewentualnego awansu elementów materiału w przyjętej klasyfikacji. Niech L_{we} i L_{wy} oznaczają odpowiednio krzywe kumulacyjne rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu. W grę wchodzi następujące przypadki (rys. 1):

- oba wykresy pokrywają się. Oznacza to, że spadki elementów do niższych klas nie mogą wystąpić – wszystkie pozostają w swych pierwotnych klasach. Materiał jest całkowicie odporny na działanie czynnika destrukcyjnego.
- wykres L_{wy} leży pod wykresem L_{we} . Takie usytuowanie wykresów odpowiada zmianom jednokierunkowym o charakterze destrukcyjnym. Im większe jest pole obszaru między obiema łamanymi, tym większa część elementów może ulec spadkom do niższych klas. I przeciwnie – małe pole obszaru między obiema łamanymi świadczy o dużej odporności materiału. Wówczas znaczna część obu wykresów pokrywa się (albo przynajmniej występują punkty wspólne) a tylko niewielka część wykresu L_{wy} znajduje się pod wykresem L_{we} .

—



Rys. 1. Rozpoznawanie kierunków zmian jakości na podstawie kumulacyjnych krzywych częstości:
a – brak zmian, b – zmiany jednokierunkowe o charakterze destrukcyjnym, c – zmiany dwukierunkowe
Fig. 1. Identification of quality changes directions at use cumulative frequencies curves: a – without changes, b – one-directional destructive changes, c – bi-directional changes

przynajmniej część wykresu L_{wy} leży nad wykresem L_{we} (oba wykresy przeplatają się). W takim przypadku dana para rozkładów częstości nie reprezentuje próbki materiału o zmianach jednokierunkowych.

Dysponując odpowiednio wystarczającą wiedzą o rodzaju rozkładu badanej cechy, można znacznie skuteczniej (gdyż ilościowo) wnioskować o wspomnianych zjawiskach, posługując się dystrybuantami tych rozkładów.

4.3. Tablica przejścia

Tablicą przejścia nazwano kwadratową tablicę liczb $k \times k$, gdzie k oznacza liczbę klas jakości. Liczby p_{ij} na skrzyżowaniu kolumn i i wierszy j tablicy przejścia są częstościami względnymi elementów próbki, które w przyjętej klasyfikacji przeszły z klasy jakości kl_i do klasy kl_j (gdy $i \neq j$) lub pozostały w tej samej klasie (gdy $i = j$). Częstości p_{ij} mogą być obliczone względem liczebności próby (N) albo względem jej masy.

Dodatkowo, do tablicy przejścia dołączony jest wiersz nagłówkowy, w którym zapisany jest rozkład wejściowy i kolumna (z prawej strony), w której zapisany jest rozkład wyjściowy. Kolumny i wiersze tablicy przejścia odpowiadają poszczególnym klasom jakości na wejściu i na wyjściu. Z tego względu pierwszy wskaźnik (i) częstości p_{ij} tablicy przejścia określa jej kolumnę, a drugi (j) – jej wiersz. Cała tablica przejścia, wraz z dołączonymi rozkładami wejścia i wyjścia jest w pełni *zbilansowana*, tzn. sumy elementów kolejnych kolumn i wierszy tablicy przejścia są równe odpowiednio częstościom rozkładu wejściowego i wyjściowego. Ze względu na to, że suma częstości na wejściu jest równa sumie częstości na wyjściu, więc i suma wszystkich częstości tablicy przejścia jest im równa. Ich odpowiednikami w statystyce matematycznej są częstości brzegowe i tablice wielodzielcze. Można je otrzymać z danych źródłowych przy pomocy prostych obliczeń lub wykorzystując odpowiednie programy statystyczne.

Przyjmuje się, że elementami tablic przejścia dla zmian jednokierunkowych o charakterze destrukcyjnym są podklasy na głównej przekątnej i pod nią, czyli tzw. dolny trójkąt tablicy, a wszystkie pozostałe (nad główną przekątną) są puste (tab. 1). Jeśli jednokierunkowe zmiany mają charakter poprawy jakości, wówczas elementami takich tablic przejścia są podklasy na głównej przekątnej i nad nią, czyli tzw. górny trójkąt tablicy, a wszystkie pozostałe (pod główną przekątną) są puste. Pusta podklasa oznacza niemożliwe przejście między odpowiadającą jej parą klas na wejściu i wyjściu. Pewna ich liczba może występować również w trójkącie tablicy przejścia odpowiadającym danemu kierunkowi zmian. Przyjmuje

Tabela 1. Przykład tablicy przejścia dla czterech klas jakości
Table 1. An example of a transition table for four quality classes

I $p_1 = 0,60$	II $p_2 = 0,25$	III $p_3 = 0,10$	IV $p_4 = 0,05$	← Wejście Input ↓ Wyjście Output
$p_{11} = 0,40$	-	-	-	$Iq_1 = 0,40$
$p_{12} = 0,15$	$p_{22} = 0,15$	-	-	I $Iq_2 = 0,30$
$p_{13} = 0,05$	$p_{23} = 0,08$	$p_{33} = 0,07$	-	III $q_3 = 0,20$
$p_{14} = 0,00$	$p_{24} = 0,02$	$p_{34} = 0,03$	$p_{44} = 0,05$	I $Vq_4 = 0,10$

I, II, III, IV – symbole klas jakości; p_1, p_2, p_3, p_4 – częstości elementów próby w klasach na wejściu; q_1, q_2, q_3, q_4 – częstości elementów próby w klasach na wyjściu; $p_{11}, p_{12}, \dots, p_{44}$ – częstości tablicy przejścia.

I, II, III, IV – symbols of quality classes; p_1, p_2, p_3, p_4 – frequencies of sample elements in classes on in-

się, że dwukierunkowym zmianom jakości odpowiada cała tablica przejścia, aczkolwiek i w tym przypadku nie można wykluczyć istnienia niemożliwych przejść między pewnymi klasami.

4.4. Analiza częstości tablicy przejścia

Drobiazgowe analizowanie tablic przejścia próbek testowanego materiału jest zajęciem żmudnym, aczkolwiek może dać odpowiedzi na wiele interesujących pytań. Spośród możliwości, które zarysowano poniżej, sugeruje się wybrać najważniejsze dla rozpatrywanego problemu.

Poniżej zestawiono testy statystyczne, które mogą być pomocne przy analizowaniu częstości tablic przejścia, obliczanych względem liczebności elementów materiału [23,54,55,67-69]:

- badanie równości grupy częstości;
- badanie, czy dana frakcja elementów próby jest istotnie większa od zera;
- obliczanie przedziałów ufności dla częstości;
- test χ^2 i inne testy dla tablic wielodzielczych.

Przed zastosowaniem wybranego testu należy sprawdzić, czy spełnione są jego założenia.

4.4.1. Analiza rozkładu częstości diagonalnych

Częstości na głównej przekątnej tablicy przejścia świadczą o tym, jakie części próbki elementów nie uległy zmianom, pozostając w tych samych klasach jakości. Częstości bezpośrednio pod główną przekątną informują o tym, jakie części próbki elementów przeszły do klas bezpośrednio niższych po tej, w której znajdowały się początkowo itd. Na podstawie tych właściwości tablic przejścia skonstruowano *rozkład częstości diagonalnych*. Jest on przydatny w analizach odporności (podatności) zarówno w przypadku zmian jedno- jak i dwukierunkowych, szczególnie wtedy, gdy zmiana elementu materiału o tę samą liczbę klas oceniana jest jednakowo, niezależnie od jego przynależności do klasy na wejściu.

Suma częstości k elementów tablicy przejścia, które znajdują się na głównej przekątnej ($d_0 = p_{11} + \dots + p_{kk}$) jest częstością tych elementów próbki, które były w pełni odporne, czyli przetrwały bez zmian (nie zmieniły swojej klasy pod wpływem czynnika destrukcyjnego). Z kolei suma $k-1$ częstości tablicy przejścia znajdujących się bezpośrednio pod główną przekątną ($d_1 = p_{12} + \dots + p_{k-1,k}$) jest częstością tych elementów, które wprawdzie nie były w pełni odporne, gdyż uległy destrukcji, lecz przeszły zaledwie o jedną klasę niżej. Jeszcze mniej odporne elementy to te, które uległy zmianom, przechodząc o dwie klasy niżej. Ich częstość jest sumą $k-2$ częstości tablicy przejścia, które znajdują się o dwie podklasy poniżej głównej przekątnej ($d_2 = p_{13} + \dots + p_{k-2,k}$). Sumując w podany sposób następne częstości tablicy przejścia jednakowo oddalone od głównej przekątnej i leżące coraz dalej od niej, otrzymuje się rozkład sum częstości elementów przekątnych tablicy przejścia **diag** = [d_0 , d_1 , ..., d_{k-1}], przy czym ostatnia częstość, $d_{k-1} = p_{1k}$. Zgodnie z wymogami rozkładu częstości, ich suma $d_0 + d_1 + \dots + d_{k-1} = 1$. W analogiczny sposób zdefiniowano rozkład częstości diagonalnych dla zmian dwukierunkowych (Rozdz. 6.3.2).

Z przykładowej tablicy przejścia (tab. 1) wynika, że 67% elementów próbki nie zmieniło swej pierwotnej przynależności do klas jakości – okazały się one w pełni odporne. Mniej odpornych (gdyż spadły o jedną klasę niżej) było 26% elementów próbki, o 2 klasy niżej spadło 7% elementów. W próbie nie wystąpiły elementy, które spadły do najniższej klasy jakości. W rozważanym przykładzie rozkład częstości diagonalnych, wyrażony za pomocą częstości względnych, ma więc postać: **diag** = [d_0 , d_1 , d_2 , d_3] = [0,67; 0,26; 0,07; 0,00].

Rozkład częstości diagonalnych świadczy o rozmiarze zmian, jakim uległa badana próbka materiału w wyniku działania czynnika destrukcyjnego. Niewątpliwie, częstość d_0 w największym stopniu wpływa na ocenę odporności

materiału, a każda następna ma na nią coraz mniejszy wpływ. Zatem rozkład częstości diagonalnych może służyć jako zespołowa, uporządkowana miara odporności. Analogicznie, o wielkości liczby w jej zapisie pozycyjnym (np. dziesiętnym) decydują jej kolejne cyfry, poczynając od lewej – najbardziej znaczącej, a kończąc na prawej – najmniej znaczącej. W pracy Niewczasa i in. [46], jako miary odporności (R) na pękanie ziaren próbki pszenicy pod wpływem obciążeń dynamicznych użyto wartości d_0 . Jak widać z powyższego, rozkład **diag** jest uogólnieniem tak rozumianej miary odporności.

Rozkładem **diag** można posługiwać się przy porównywaniu odporności różnych próbek materiału. Jeśli zatem dwie próbki P_1 i P_2 różnią się częstościami d_0 , wówczas ta z nich jest bardziej odporna, której większa jest częstość d_0 . Jeśli dla obu próbek częstości te są równe, wówczas należy zbadać relacje między ich częstościami d_1 , itd. Jeśli rozkłady **diag** dla obu próbek są identyczne, wówczas należy uznać, że obie próbki materiału są jednakowo odporne. Podobne postępowanie można przeprowadzić przy porównywaniu odporności tej samej próbki materiału pomiędzy wybranymi momentami procesu.

Jeśli dla rozpatrywanego problemu nie ma znaczenia, jakie części próbki materiału uległy spadkom o określoną liczbę klas, lecz interesujące jest jedynie to, jaka część s próbki materiału uległa jakiegokolwiek degradacji w przyjętej klasyfikacji, wówczas częstość tę określa związek:

$$s = 1 - d_0 .$$

4.4.2. Analiza częstości kolumn

Jeśli ciągi wartości p_{ij} w kolejnych kolumnach $i = 1, 2, \dots, k$ tablicy przejścia maleją w miarę wzrostu j , wówczas świadczy to o znacznej odporności materiału. Zakładając np., że w tabeli 1 klasa I jest zbiorem elementów materiału o najwyższej jakości (np. nasion bez stwierdzonych uszkodzeń), to pierwsza kolumna tablicy przejścia, po przeliczeniu częstości jej elementów względem liczebności m_1 , stanowi ocenę zachowania się próby złożonej wyłącznie z materiału tej klasy, tzw. próby zerowej. Z tabeli 1 wynika, że po działaniu czynnika destrukcyjnego próba taka składałaby się w przybliżeniu z następującego udziału elementów poszczególnych klas: $40/60=67\%$ klasy I, $15/60=25\%$ klasy II, $5/60=8\%$ klasy III i $0/60=0\%$ klasy IV. Tym samym wkład klasy I do zbioru elementów, które nie uległy destrukcji wynosi ok. 67%.

4.4.3. Analiza częstości wierszy

Jest to analiza dualna względem poprzedniej. Analiza kolumn odpowiada badaniu skutków, zaś analiza wierszy – badaniu stanu wyjściowego (jego przyczyny nie zawsze są znane). Dla rozkładu na wyjściu kolejne wiersze świadczą o pochodzeniu materiału i pozwalają ocenić udziały poszczególnych klas na wejściu w rozkładzie wyjściowym. Analiza taka jest szczególnie ważna dla ostatniego wiersza, czyli dla klasy kl_k , traktowanej zazwyczaj jako klasa jakościowo najgorsza. Przykładowo, z tabeli 1 wynika, że po działaniu czynnika destrukcyjnego udziały elementów poszczególnych klas w najgorszej klasie jakości byłyby następujące: $0/10=0\%$ elementów należących pierwotnie do klasy I, $2/10=20\%$ należących pierwotnie do klasy II, $3/10=30\%$ należących do klasy III i $5/10=50\%$ elementów klasy IV. Jednocześnie wkłady elementów tych klas do najgorszej klasy jakości na wyjściu są następujące: klasa I wnosi $0/60=0\%$ swoich elementów, klasa II – $2/25=8\%$ elementów, klasa III – $3/10=30\%$ elementów, a klasa IV – $5/5=100\%$ elementów.

4.5. Kryteria oceny zmian elementów próbki materiału

Tablica przejścia odzwierciedla zmiany jakości, jakim uległy elementy badanej próbki materiału z dokładnością do granic klas. Chcąc ocenić te zmiany, należy dysponować odpowiednim kryterium. Zależy ono od konkretnego, rozpatrywanego zagadnienia. Najwygodniej formułować je w oparciu o to, jakie zmiany pojedynczego elementu próbki uważa się za najbardziej, a jakie za najmniej korzystne lub przynajmniej za ekstremalnie przeciwstawne.

W przykładach zamieszczonych w pracy (Rozdz. 5. i 6.) zmiany jakości rozważane są w kontekście odporności. Przyjęto w nich podobne kryteria oceny odporności materiału na działanie określonego czynnika. W przypadku zmian jednokierunkowych o charakterze destrukcyjnym przyjęto, że najbardziej odporny jest element próbki, który nie uległ degradacji, czyli pozostał w tej samej klasie, bez względu na jego przynależność do klasy jakości na wejściu. Mniej odporny jest taki element, który wprawdzie uległ degradacji, lecz w klasyfikacji przeszedł tylko o jedną klasę niżej, itd. Ogólnie, element próbki jest tym mniej odporny, im uległ większej degradacji. Największy możliwy spadek w klasyfikacji zależy od przynależności elementu do klasy jakości na wejściu. Najmniej odporny jest więc element najwyższej klasy, który spadł w klasyfikacji o $k-1$ klas, czyli do najniższej klasy. Z definicji, element najniższej klasy nie ulega degradacji, gdyż

pozostaje w tej samej klasie. Przypisana mu odporność jest więc konsekwencją tej definicji.

Dla zmian dwukierunkowych przyjęto analogiczne kryterium odporności. Za najbardziej odporny uważany jest element próbki, który nie uległ zmianom, czyli pozostał w tej samej klasie. Mniej odporny jest taki, który wprawdzie uległ zmianom, lecz w klasyfikacji przeszedł tylko o jedną klasę niżej lub wyżej, itd. Ogólnie, element próbki jest tym mniej odporny, im uległ większym zmianom, przechodząc o określoną liczbę klas w dół lub w górę w przyjętej klasyfikacji. Pojęciu odporności nadano tu zatem bardzo specyficzny sens – jest to odporność elementu materiału na zmiany, obojętnie w jakim kierunku. Podobnie jak poprzednio, największy możliwy spadek lub awans w klasyfikacji jest uzależniony od przynależności elementu do klasy jakości na wejściu. Najmniej odporny jest więc taki element jednej z klas skrajnych, który zmienił swoją przynależność o $k-1$ klas, czyli z klasy najwyższej spadł do najniższej lub z klasy najniższej awansował do najwyższej.

Kryterium oceny zmian dowolnego elementu próbki jeszcze nie wystarcza do oceny zmian całej próbki. Rozmiar możliwych zmian wszystkich jej elementów wynika zarówno z oceny zmian jej poszczególnych elementów jak i z rozkładu ich częstości w klasach na wejściu i na wyjściu. Przyjęto, że najbardziej odporna jest taka próbka materiału, której wszystkie elementy pozostały w tych samych klasach, a najmniej odporna to taka, której wszystkie elementy uległy największym zmianom, przechodząc do klas najbardziej skrajnych, odpowiednich dla danego modelu zmian. Stąd wniosek, że dla próbki najbardziej odpornej rozkład częstości na wyjściu jest identyczny z jej rozkładem częstości na wejściu. Natomiast rozkład częstości na wyjściu próbki najmniej odpornej jest zredukowany do klasy najniższej – w przypadku zmian jednokierunkowych o charakterze destrukcyjnym i do klas skrajnych (obu lub jednej z nich) – w przypadku zmian dwukierunkowych. Tak więc, brak zmian lub jakiejkolwiek zmiany elementów, w szczególności zmiany ekstremalne determinują postaci rozkładów częstości na wyjściu. Odpowiadają im również charakterystyczne postaci tablic przejścia. Niezerowe częstości tablicy przejścia dla próbek materiału najbardziej odpornego znajdują się wyłącznie na jej głównej przekątnej. Natomiast niezerowe częstości tablicy przejścia dla próbek materiału najmniej odpornego występują wyłącznie w ostatnim wierszu – w przypadku zmian jednokierunkowych o charakterze destrukcyjnym i w obu lub w jednym ze skrajnych wierszy – w przypadku zmian dwukierunkowych.

Pozostaje jeszcze określić kryterium oceny zmian jakości w terminach odporności dla próbek materiału klasy , czyli takich, które charakteryzują się

określoną parą rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu. Ich tablice przejścia mogą mieć różne postaci (tab. 2). Różnorodność postaci tablic przejścia próbek klasy jest ograniczona więzami, jakie wynikają z ich rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu. Wbrew pozorom, oceny zmian jakości próbek materiału

Tabele 2a, 2b, 2c. Przykłady trzech różnych tablic przejścia o tych samych rozkładach częstości (%) na wejściu i na wyjściu lecz z różną sumą częstości na głównej przekątnej (odpowiednio: 15, 35 i 55%)

Tables 2a, 2b, 2c. Examples of three different transition tables with equal frequency distributions (%) on the input and on the output. The main diagonal contains different sums of frequencies (15, 35 and 55%, respectively)

a

A	B	C	D	←Wejście Input ↓ Wyjście Output
50	30	15	5	
10	-	-	-	A 10
25	0	-	-	B 25
15	15	0	-	C 30
0	15	15	5	D 35

b

A	B	C	D	←Wejście Input ↓ Wyjście Output
50	30	15	5	
10	-	-	-	A 10
10	15	-	-	B 25
10	15	5	-	C 30
20	0	10	5	D 35

Tabela 2a, 2b, 2c. Cd.

Tables 2a, 2b, 2c. Cont.

c	A	B	C	D	←Wejście Input ↓ Wyjście Output
	50	30	15	5	
	10	-	-	-	A 10
	0	25	-	-	B 25
	10	5	15	-	C 30
	30	0	0	5	D 35

A, B, C, D – symbole klas jakości; Wejście, Wyjście – odpowiednio: rozkłady częstości na wejściu i na wyjściu.

A, B, C, D – symbols of quality classes; Input, Output – frequency distributions on input and output.

klasy nie muszą być identyczne. Inaczej bowiem może być oceniany np. spadek o tę samą liczbę klas jakości elementów materiału, które pierwotnie należały do różnych klas. Również oceny zmian elementu materiału danej klasy nie muszą być proporcjonalne do liczby klas, o jaką wystąpiła zmiana.

Za najbardziej odporną spośród wszystkich próbek materiału klasy przyjęto taką, której wspomniane więzy pozwalają na to, aby możliwie największa część jej elementów nie uległa zmianom. W następnej kolejności, aby z pozostałej ich części (ulegającej zmianom), największa część uległa możliwie najmniejszym zmianom, czyli aby przeszła do klasy bezpośrednio niższej i analogicznie dalej, tzn. aby pozostałe części ulegały możliwie najmniejszym zmianom, przechodząc do klas możliwie najbliższych tym, w których znajdowały się na wejściu. Oczywiście, koncentracja częstości na głównej przekątnej tablicy przejścia i w jej pobliżu może odbywać się kosztem zmniejszenia częstości na dalszych przekątnych. Z kolei za próbkę najmniej odporną spośród wszystkich próbek materiału klasy przyjęto taką, której wspomniane więzy pozwalają na to, aby możliwie najmniejsza część jej elementów nie uległa zmianom, natomiast z pozostałej ich części (ulegającej zmianom), jak najmniejsza część uległa jak najmniejszym zmianom, czyli aby przeszła do klasy bezpośrednio niższej i podobnie dalej, tzn. aby z pozostałych części jak najmniejsze części przechodziły do klas najbliższych tym, w których znajdowały

się na wejściu. Siłą rzeczy, najdalej od głównej przekątnej tablicy przejścia rozmieszczona jest możliwie największa część sumy częstości tablicy przejścia.

Kryteria oceny zmian pojedynczych elementów, ich grup i całej próbki materiału dla innych zagadnień mogą mieć odmienną postać. Może np. chodzić o to, by możliwie najmniejsze straty jakości elementów materiału występowały przede wszystkim wśród elementów pierwszej klasy, uważanej zazwyczaj za klasę najwyższej jakości, a w dalszej kolejności, spośród pozostałej części materiału, aby jak najmniejsze straty jakości występowały w drugiej klasie itd. Stąd też różne kryteria, nawet w odniesieniu do tej samej próbki materiału, implikują różne postaci odpowiadających im, ekstremalnych tablic przejścia.

4.6. Wskaźnik zmian jakości

Przedstawione w poprzednim rozdziale kryteria oceny zmian jakości mają charakter opisowy. Dla liczbowej, sumarycznej oceny zmian jakości wszystkich elementów próbki materiału konieczne jest przyporządkowanie adekwatnej wagi każdej podklasie tablicy przejścia. Podklasy te reprezentują wszystkie zmiany jakości, które mogą wystąpić wśród elementów materiału. Przyporządkowania takiego dokonuje się w oparciu o znaczenie, jakie przypisuje się określonej zmianie jakości elementu materiału na tle wszystkich innych możliwych zmian. Tak więc układ wag przypisany wszystkim podklasom tablicy przejścia stanowi ściśle (gdyż liczbowo) sformułowane kryterium oceny wszystkich możliwych zmian materiału.

Wskaźnik zmian jakości materiału (*MCI*) o własnościach postulowanych w Rozdz. 3, zdefiniowano jako sumę iloczynów częstości tablicy przejścia p_{ij} i odpowiadających im wag w_{ij} :

$$MCI = \sum_{i,j} w_{ij} p_{ij} \quad (1)$$

Dla modelu zmian dwukierunkowych sumowanie we wzorze (1) przebiega po wszystkich wskaźnikach $i, j = 1, \dots, k$, gdzie k jest liczbą klas klasyfikacji elementów materiału. Dla modelu zmian jednokierunkowych o charakterze destrukcyjnym sumowanie przebiega po wskaźnikach $i = 1, \dots, k; j = i, \dots, k$. Przy sumowaniu należy pominąć składniki odpowiadające niemożliwym kanałom przejścia (puste komórki tablicy przejścia). W szczególności niewskazane jest przypisywanie im wag równych zero.

Wskaźnik *MCI* jest liniową funkcją częstości p_{ij} tablicy przejścia o ustalonych współczynnikach w_{ij} . Zatem liczbową wartość wskaźnika jest

obliczana na podstawie częstości tablicy przejścia konkretnej próbki materiału i dotyczy oceny zmian jakości elementów tej próbki.

Definicja wskaźnika *MCI* nie przesądza z góry ani rodzaju materiału, ani sposobu rozumienia zmian jego jakości. W pracy skoncentrowano się na najczęściej spotykanych zagadnieniach. Dotyczą one analizy odporności i trwałości materiałów, zazwyczaj dla jednokierunkowych zmian jakości. Ze względu na występowanie szeregu podobieństw, w dalszej części rozdziału wskaźnik odporności elementów dowolnego materiału oznaczono symbolem *MRI*. W przykładach zamieszczonych w następnych rozdziałach pracy jego odpowiednikami są: *GRI* – wskaźnik odporności ziaren na pękanie i *ASI* – wskaźnik trwałości agregatów glebowych [49].

Własności wskaźnika zmian jakości zależą głównie od przyjętych wag. Poprzez wybór wag należy dążyć do tego, by jego skala pozwalała na dostateczne rozróżnienie zmian jakości testowanego materiału. Celowe jest więc, by wagi przydzielone zmianom odporności były znacznie zróżnicowane. Ponadto nie powinny zmieniać się proporcjonalnie w obrębie klas jakości. Spełnienie tego warunku zapewnia istnienie największej i najmniejszej wartości wskaźnika odporności próbek materiału o ustalonej parze rozkładów częstości na wejściu i wyjściu, czyli próbek klasy .

Częstości względne p_{ij} są liczbami z przedziału $\langle 0; 1 \rangle$, a w skrajnym przypadku, dla próby 1-elementowej, przyjmują wartości 0 lub 1. Z tego względu do określenia wskaźnika *MRI* przyjęto we wzorze (1) najprostszy układ wag wykładniczych – o podstawie 2:

$$w_{ij} = 2^{k-1-(j-i)}, \text{ gdzie } i=1, \dots, k; j=i, \dots, k. \quad (2)$$

Wykładniki potęg tych wag zawierają informację o liczbie klas jakości materiału, o jaką wystąpił spadek w klasyfikacji ($j-i$). Przykładem zaproponowanych wag dla $k = 4$ klas są wagi w tabeli 3a. W drugim układzie wag (tab. 3b) inaczej oceniane są poszczególne przejścia pomiędzy klasami na wejściu i na wyjściu. Oba układy wag premiuje odporność na działanie czynnika – element materiału ulegający większej destrukcji (przechodzący do niższej klasy jakości) otrzymuje mniejszą wagę. Wagi pierwszego układu na kolejnych przekątnych mają jednakowe wartości, co sprawia, że spadkom jakości o tę samą liczbę klas przypisywane jest jednakowe znaczenie.

Pierwszy układ wag ma szereg zalet. W przypadku konieczności rozszerzenia istniejącej klasyfikacji materiału, np. dołączenia jednej klasy, wystarczy dopisać

Tabele 3a, 3b. Dwa różne układy wag (w_{ij}) do określania wskaźnika odporności materiałów
Tables 3a, 3b. Two different sets of weights (w_{ij}) to determine of resistance index of materials

a	I	II	III	IV	←Wejście Input ↓ Wyjście Output
	$w_{11} = 8$	-	-	-	I
	$w_{12} = 4$	$w_{22} = 8$	-	-	II
	$w_{13} = 2$	$w_{23} = 4$	$w_{33} = 8$	-	III
	$w_{14} = 1$	$w_{24} = 2$	$w_{34} = 4$	$w_{44} = 8$	IV

b	I	II	III	IV	←Wejście Input ↓ Wyjście Output
	$w_{11} = 8$	-	-	-	I
	$w_{12} = 4$	$w_{22} = 7$	-	-	II
	$w_{13} = 2$	$w_{23} = 3$	$w_{33} = 6$	-	III
	$w_{14} = 1$	$w_{24} = 1$	$w_{34} = 2$	$w_{44} = 5$	IV

do istniejącej tablicy wag jeden wiersz z odpowiednimi wagami na dole lub jedną kolumnę z lewej strony bez potrzeby budowania całego układu wag na nowo. Wówczas nowe wskaźniki odporności (dla poszerzonej klasyfikacji) są równe starym, i to bez względu na to, czy nowa klasa została dołączona na początku, czy też na końcu poprzedniej klasyfikacji. Oczywiście, skala wskaźnika odporności dla szerszej klasyfikacji ulegnie wówczas zmianie (por. Rozdz. 6.3.2). Stąd wynika również wniosek, że skala wskaźnika odporności zależy od liczby klas

analizowanych obiektów, lecz nie zależy od przyjętych granic tych klas. Natomiast wprowadzenie innych granic klas (przy zachowaniu ich liczby) spowoduje zmiany rozkładów częstości na wejściu i wyjściu, a zatem zmieni się również rozkład częstości p_{ij} w tablicy przejścia i nawet przy zastosowaniu tych samych wag zmieni się również wartość MRI .

Wskaźnik MRI zdefiniowano również w oparciu o rozkład częstości diagonalnych $\mathbf{diag} = [d_0, d_1, \dots, d_{k-1}]$, wykorzystując przy tym wspomnianą własność, że zaproponowany układ wag (2) na kolejnych przekątnych tablicy przejścia ma jednakowe wartości. MRI jest miarą odporności próbki materiału, która uwzględnia wszystkie częstości rozkładu $\mathbf{diag}$ i różnicuje w odpowiedni sposób znaczenie jego kolejnych elementów, podobnie jak w przypadku cyfr w zapisie pozycyjnym liczby:

$$MRI = w_0 d_0 + w_1 d_1 + \dots + w_{k-1} d_{k-1}, \quad (3)$$

gdzie $\mathbf{w} = [w_0, w_1, \dots, w_{k-1}]$ jest układem wag: $w_0 = 2^{k-1}$, $w_1 = 2^{k-2}$, ..., $w_{k-1} = 2^0$, natomiast d_i ($i = 0, 1, \dots, k-1$) są częstościami rozkładu diagonalnego.

Wagi $\mathbf{w}$ są tymi samymi wagami dwójkowymi, przypisanymi elementom znajdującym się na kolejnych przekątnych tablicy przejścia, poczynając od głównej przekątnej. Dla czterech klas jakości $\mathbf{w} = [2^3, 2^2, 2^1, 2^0] = [8, 4, 2, 1]$.

Częstości p_{ij} jak i d_i są liczbami z przedziału $0; 1$, zatem skalą wartości MRI jest przedział $1; 2^{k-1}$. Skalą wskaźnika odporności dla próbek materiału sklasyfikowanych np. w czterech klasach jakości jest przedział liczb rzeczywistych $2^0; 2^3 = 1; 8$. Najmniejszy wskaźnik odporności ($MRI = 1$) jest przypisywany próbce złożonej na wejściu z samych elementów najwyższej klasy, które na wyjściu znalazły się w klasie najniższej. Każdej innej próbce materiału przypisywany jest wskaźnik odporności $MRI > 1$ (dla próbki materiału, której zmiany przedstawia tablica przejścia w tabeli 1, $MRI = 6,54$). Najwyższy wskaźnik odporności przypisywany jest próbkom, których elementy nie ulegają żadnym zmianom (wszystkie pozostają w tych samych klasach jakości). Należą do nich również próbki złożone już na wejściu z samych elementów klasy najniższej.

Spadek wskaźnika odporności może nastąpić poprzez przemieszczenie części elementów próbki do niższych klas jakości. Powoduje to przypisanie tym elementom mniejszych wag, a zatem zmniejszenie wskaźnika MRI . Zatem mniejszej odporności elementów materiału odpowiada mniejsza wartość MRI i *vice versa*.

Wskaźnik odporności MRI , określony wzorem (3), jest również funkcją liniową. Jej argumentami są częstości d_i , a współczynnikami wagi w_i . Jest to oczywiście ta sama funkcja (1), o współczynnikach określonych wzorem (2).

Wskaźniki odporności można obliczyć również dla materiału każdej klasy jakości z osobna. W tym celu należy zsumować iloczyny częstości tablicy przejścia i odpowiadających im wag dla każdej z klas oddzielnie. Można tego dokonać na dwa sposoby – sumując te iloczyny kolumnami, albo wierszami. Niech $MRI_1, MRI_2, \dots, MRI_k$ oznaczają wyniki sumowania iloczynów kolumnami, natomiast $MRI_1, MRI_2, \dots, MRI_k$ – wierszami. Odpowiadające sobie pary sum iloczynów (MRI_i, MRI_i) na ogół nie są równe, ale suma pierwszych i suma drugich jest równa MRI dla całej testowanej próbki materiału:

$$MRI = MRI_1 + MRI_2 + \dots + MRI_k \quad (4)$$

$$MRI = MRI_1 + MRI_2 + \dots + MRI_k \quad (5)$$

Wielkości $MRI_1, MRI_2, \dots, MRI_k$ można interpretować jako wkłady klas wejściowych do wskaźnika odporności próbki, a wielkości $MRI_1, MRI_2, \dots, MRI_k$ – jako udziały klas wyjściowych we wskaźniku odporności próbki. Oba rodzaje wskaźników odporności klas są względem siebie dualne. Analogiczne wskaźniki dla klas materiału można definiować także w odniesieniu do inaczej rozumianych zmian jakości. Zatem wskaźnik MCI jest addytywną miarą zmian jakości elementów próbki, w szczególności jej klas.

W dalszej części pracy przez T_{test} i MRI_{test} oznaczono odpowiednio: tablicę przejścia testowanej próbki materiału oraz wartość wskaźnika odporności tej próbki.

4.7. Rozkłady częstości na wejściu i wyjściu a tablice przejścia

Dla dowolnej próbki materiału klasy , czyli próbki o określonej parze rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu, w przypadku zmian dwukierunkowych istnieje bardzo wiele różnych tablic przejścia. Dla zmian jednokierunkowych ich liczba zależy od postaci rozkładów. Niemożliwość utworzenia jakiegokolwiek tablicy przejścia przy jednym, założonym kierunku zmian dla zadanej pary rozkładów oznacza, że klasa próbek materiału określona przez te rozkłady, nie podlega takim zmianom. Jako przykład może posłużyć para rozkładów $[0,4; 0,6]$ i $[0,5; 0,5]$ ($k = 2$), która nie może stanowić odpowiednio rozkładu wejścia i wyjścia przy założeniu destrukcyjnego kierunku zmian jakości. Ta sama para rozkładów dla zmian dwukierunkowych umożliwia zbudowanie

bardzo wielu tablic przejścia. Wystarczy jednak zmienić role obu rozkładów, aby przekonać się, że wówczas dla zmian jednokierunkowych jedyną możliwą tablicą przejścia jest tablica o elementach: $p_{11} = 0,4$; $p_{12} = 0,1$; $p_{22} = 0,5$. Dla zmian jednokierunkowych, gdy $k = 2$, jeśli istnieje tablica przejścia, to tylko jedna. Gdy $k > 2$, występuje wiele takich przypadków, np. gdy oba rozkłady częstości są identyczne ($w_e = w_y$) lub gdy jeden z tych rozkładów redukuje się do jednej klasy.

Poza wymienionymi, szczególnymi przypadkami, przejście próbki elementów materiału z rozkładu częstości na wejściu do rozkładu częstości na wyjściu może odbywać się na rozmaite sposoby, różnymi kanałami przejścia z jednej klasy do innej. Zgodnie z umową, określona para rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu odpowiada wszystkim próbkom materiału tej samej klasy. Zatem ich zmiany mogą być reprezentowane przez różne tablice przejścia. W tabelach 2a, 2b, 2c zamieszczono stosowne przykłady dla $k=4$ (przypadek zmian jednokierunkowych). Pokazują one ponadto jak różne sumy częstości na głównej przekątnej można otrzymać dla tej samej pary rozkładów częstości na wejściu i wyjściu.

Z drugiej strony, dysponując jedynie rozkładami na wejściu i na wyjściu danej próbki materiału, nie można w sposób jednoznaczny, poza wyżej wspomnianymi przypadkami, wyznaczyć dla niej tablicy przejścia. Tablic takich może być wiele, a każdej z nich odpowiada inny (na ogół) wskaźnik zmian jakości. Jeśli testowano zmiany jakości tej próbki, to wśród nich znajduje się również tablica przejścia T_{test} , odpowiadająca jej zmianom. Fakt istnienia wielu różnych tablic przejścia można wykorzystać do znajdowania tablic najmniej i najbardziej korzystnych (lub przeciwnych) z punktu widzenia przyjętego kryterium oceny zmian jakości materiału. Tablice te oznaczano odpowiednio przez T_{min} i T_{max} . Odpowiada im różna (na ogół) para wskaźników MRI_{min} i MRI_{max} . Na tle tych tablic można ocenić tablicę T_{test} (odpowiada jej wskaźnik MRI_{test}), czyli ocenić za pomocą MRI_{min} i MRI_{max} faktyczne zmiany badanej próbki materiału, które dokonały się między wejściem a wyjściem. Danymi do znajdowania ekstremalnych tablic przejścia są wyłącznie rozkłady częstości na wejściu i na wyjściu.

Dla zmian jednokierunkowych, ze wszystkich możliwych przejść z jednego rozkładu do drugiego, częstości względne p_{11} i p_{kk} w każdej dopuszczalnej tablicy przejścia (a więc i w tablicach T_{min} , T_{test} i T_{max}) są ściśle zdeterminowane – pierwsza przez rozkład częstości na wyjściu, a druga – przez rozkład częstości na wejściu. Częstości te odpowiadają przejściom: $kl_1 \rightarrow kl_1$ oraz $kl_k \rightarrow kl_k$. Częstość pierwszego z nich $p_{11} = q_1$, a drugiego $p_{kk} = p_k$. Dla próbek materiału klasy suma $q_1 + p_k$ jest dolnym kresem częstości elementów,

które nie uległy degradacji i jednocześnie może służyć do oszacowania górnego kresu częstości elementów podatnych na zmiany: $s = 1 - (q_1 + p_k)$.

4.8. Znajdowanie ekstremalnych tablic przejścia i ekstremalnych wartości wskaźnika zmian jakości

Ekstremalne tablice przejścia (z punktu widzenia przyjętego kryterium oceny zmian jakości) można znaleźć następującymi sposobami:

- wygenerować wszystkie możliwe (dopuszczalne) tablice przejścia i obliczyć dla nich wskaźniki zmian jakości, a następnie wskaźniki te (wraz z odpowiadającymi im tablicami) uporządkować od najmniejszego do największego;
- przy pomocy odpowiedniego algorytmu, uwzględniającego przyjęte kryterium, wygenerować jedynie parę tablic ekstremalnych, przypisując im zgodnie z ustalonym układem wag odpowiednie wskaźniki zmian jakości.

Do wygenerowania wszystkich dopuszczalnych tablic przejścia można posłużyć się metodami algebraicznymi lub kombinatorycznymi. W wielu przypadkach byłoby to jednak zajęcie bardzo pracochłonne lub wręcz niemożliwe. Dużo łatwiejszy i bardziej efektywny jest drugi sposób.

4.8.1. Zastosowanie algorytmu simpleks

Ekstremalne tablice przejścia oraz ekstremalne wskaźniki zmian jakości dla przyjętych powyżej kryteriów ekstremalnych zmian próbki materiału można znajdować przy pomocy różnych metod, w szczególności przy pomocy metod optymalizacyjnych. W niniejszym rozdziale przedstawiono zastosowanie do tego celu algorytmu simpleks programowania liniowego. Programowanie liniowe i algorytmy z nim związane należą do grupy metod operacyjnych, które służą zazwyczaj do optymalizacji przedsięwzięć ekonomicznych w skali mikro. Algorytm simpleks jest najbardziej uniwersalnym algorytmem tej grupy. Jego matematyczne podstawy pozwalają rozwiązywać bardzo szeroki zakres problemów optymalizacyjnych, dających się sprowadzić do zadań programowania liniowego. Służy on do znajdowania ekstremalnych wartości liniowej funkcji celu o liniowej postaci jej ograniczeń [6,28,29,31,32,57].

Pierwszym etapem rozwiązania postawionego problemu jest jego sformułowanie w języku programowania liniowego, czyli skonstruowanie odpowiedniego modelu matematycznego. Zadaniem programowania liniowego nazywany jest problem polegający na znalezieniu punktu o współrzędnych $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ takiego, że:

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad \max,$$

[illegible]

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

Funkcja Z nazywana jest funkcją celu, zmienne x_j noszą nazwę zmiennych decyzyjnych, natomiast wielkości a_{ij} , b_i , c_j ($i = 1, 2, \dots, m$; $j = 1, 2, \dots, n$) są danymi wejściowymi i nazywane są parametrami modelu.

Podany powyżej model nazywany jest postacią standartową. Istnieją ponadto inne, usankcjonowane formy modelu programowania liniowego, w których:

- poszukuje się minimum funkcji celu;
- część lub wszystkie ograniczenia funkcyjne występują w postaci równości bądź też nierówności o znakach
- rezygnuje się z części lub ze wszystkich restrykcji dotyczących znaków współrzędnych x_j .

Algorytm simpleks jest procedurą iteracyjną o dużym stopniu skomplikowania i złożoności obliczeniowej. Współcześnie zadania programowania liniowego rozwiązywane są za pomocą programów komputerowych [32].

Sposób formułowania przedstawionego zadania w terminologii programowania liniowego ilustruje następujący przykład, dla prostoty przedstawiony dla trzech klas jakości. Niech rozkłady częstości na wejściu i na wyjściu, wyrażone za pomocą częstości względnych, mają następujące postaci: $\mathbf{w_e} = [0,6; 0,3; 0,1]$, $\mathbf{w_y} = [0,1; 0,4; 0,5]$ (dane fikcyjne). Dla zmian jednokierunkowych nieznanymi częstościami ekstremalnych tablic przejścia są: $p_{11}, p_{12}, p_{13}, p_{22}, p_{23}, p_{33}$, a odpowiadającymi im wagami (zadanymi), niech będą liczby $w_{11}=4, w_{12}=2, w_{13}=1, w_{22}=4, w_{23}=2, w_{33}=4$. Współrzednym punktu poszukiwanego ekstremum $(x_1, x_2, \dots, x_6)$, odpowiadają zatem wymienione częstości, parametrom $c_1, c_2, \dots, c_6$ odpowiadają przyjęte wagi, parametry a_{ij} są liczbami równymi 1 (jeśli poszukiwana częstość występuje w kolejnym ograniczeniu) lub 0 (w przeciwnym przypadku), natomiast rolę parametrów $b_1, b_2, \dots, b_6$ pełnią kolejne częstości rozkładów na wejściu i wyjściu. Funkcja celu $Z = MRI$ jest więc

liniową funkcją zmiennych $p_{11}, p_{12}, p_{13}, p_{22}, p_{23}, p_{33}$, której współczynnikami są podane wagi i ma postać:

$$MRI = 4p_{11} + 2p_{12} + 1p_{13} + 4p_{22} + 2p_{23} + 4p_{33}. \quad (6)$$

Ograniczenia funkcji celu, wynikające z rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu, są następujące:

$$\begin{array}{ll} p_{11} + p_{12} + p_{13} = 0,6 & p_{11} = 0,1 \\ p_{22} + p_{23} = 0,3 & p_{12} + p_{22} = 0,4 \\ p_{33} = 0,1 & p_{13} + p_{23} + p_{33} = 0,5 \end{array}$$

Dodatkowymi (domyślnymi) ograniczeniami dla poszukiwanych częstości jest żądanie, by nie były one ujemne. Ograniczają one wartości funkcji celu od dołu. Warto zwrócić uwagę na fakt, że układ równań (6) jest układem nieokreślonym, czyli nie ma jednoznacznego rozwiązania. Aby znaleźć maksimum funkcji celu, należy jedną z podanych równości (6), np. ostatnią, zastąpić nierównością typu “ ”. Ogranicza to wartości funkcji celu od góry, a zarazem nie zmienia sensu praktycznego rozpatrywanego zadania programowania liniowego. Do jego rozwiązania można posłużyć się programem komputerowym, realizującym algorytm simpleks.

W wyniku działania programu otrzymuje się maksimum funkcji celu oraz poszukiwane wartości zmiennych funkcji celu, dla których występuje maksimum. W odniesieniu do rozpatrywanego przykładu, $Z_{max} = MRI_{max}$ jest możliwie największym wskaźnikiem zmian jakości, jaki można otrzymać przy ustalonych wagach dla danej pary rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu. Znalezione przez program współrzędne maksimum funkcji celu, to dla rozpatrywanego przykładu częstości tablicy przejścia T_{max} : $p_{11}, p_{12}, p_{13}, p_{22}, p_{23}, p_{33}$. Dla znalezienia minimum $Z_{min} = MRI_{min}$ funkcji celu oraz elementów tablicy T_{min} , wystarczy zmienić znaki współczynników funkcji celu na przeciwne i ponownie uruchomić program. Dla opisywanego przykładu otrzymano wartości: $MRI_{max} = 2,6$ i $MRI_{min} = 2,3$. Odpowiadające im tablice T_{max} i T_{min} mają postaci zmieszczone w tabeli 4.

4.8.2. Algorytm ZZ i jego zastosowanie

W przypadku zmian jednokierunkowych do znajdowania ekstremalnych tablic przejścia przy kryteriach odporności sformułowanych dla rozpatrywanych w pracy przykładów (Rozdz. 4.5) można nie wykorzystywać ani zadanych wag, ani

Tabela 4. Ekstremalne tablice przejścia T_{max} i T_{min} do przykładu ilustrującego zastosowanie algorytmu simpleks

Table 4. Extreme transition tables, T_{max} and T_{min} for the example illustrating an application of the simplex algorithm

T_{max}	A	B	C	←Wejście Input ↓ Wyjście Output
	0,6	0,3	0,1	
	0,1	-	-	A 0,1
	0,1	0,3	-	B0,4
T_{min}	0,4	0	0,1	C0,5
	A	B	C	←Wejście Input ↓ Wyjście Output
	0,6	0,3	0,1	
	0,1	-	-	A0,1
	0,4	0	-	B0,4
	0,1	0,3	0,1	C 0,5

A, B, C – symbole klas jakości; Wejście, Wyjście – odpowiednio: rozkłady częstości na wejściu i na wyjściu.

algorytmu simpleks. W tym celu autor opracował bardzo prosty algorytm, oznaczony w skrócie ZZ (“zeruj zasoby”).

Wspomniany algorytm zilustrowano poniżej na przykładzie próbki $N = 100$ elementów sklasyfikowanych w $k = 4$ klasach jakości o następujących częstościach elementów w klasach na wejściu i wyjściu: $w_e = [0,50; 0,30; 0,15; 0,05]$, $w_y = [0,10; 0,25; 0,30; 0,35]$ (dane fikcyjne). Działanie algorytmu zostało przedstawione metodą rozmieszczania elementów próbki w komórkach

(podklasach) tablicy przejścia. Problem sprowadzono do znalezienia takiego rozmieszczenia tych elementów w tablicy przejścia, któremu odpowiada maksymalna odporność próbki na działanie pewnego czynnika. Chodzi więc o to, by na głównej przekątnej tablicy przejścia rozmieścić możliwie najwięcej elementów próbki, a z pozostałej ich części, aby najwięcej znalazło się na następnej przekątnej (poniżej głównej), itd. Wstępny krok polega na zastąpieniu zadanych rozkładów częstości na wejściu (*we*) i na wyjściu (*wy*) liczebnościami elementów próbki i wpisaniu ich do pomocniczych tablic o nazwach: *zwe* (zasoby na wejściu) i *zwy* (zasoby na wyjściu). Algorytm realizowany jest w $k = 4$ krokach, gdzie k jest liczbą klas przyjętej klasyfikacji.

Pierwszy krok polega na przypisaniu komórce l_{11} (lewy górny róg tablicy przejścia) możliwie największej liczby elementów. Z zasobów na wyjściu wynika, że dla l_{11} nie ma wyboru – elementowi temu musi być przypisane 10 elementów próbki. O tę wartość należy zmniejszyć zasoby zwe_1 i zwy_1 . Po

Tabela 5. Tworzona tablica przejścia z dołączonymi zasobami na wejściu i wyjściu po pierwszym kroku algorytmu ZZ

Table 5. Constructing transition table with appended resources on the input and the output after the first step of the ZZ algorithm

A	B	C	D	Zasoby: ← Wejścia ↓ Wyjścia Resources on: ← Input ↓ Output
40	30	15	5	
10	-	-	-	A 0
l_{12}	l_{22}	-	-	B 25
l_{13}	l_{23}	l_{33}	-	C 30
l_{14}	l_{24}	l_{34}	l_{44}	D 35

A, B, C, D – symbole klas jakości; l_{ij} ($i = 1, 2, 3, 4; j = i, \dots, 4$) – nieznanne zawartości komórek two-rzonnej tablicy przejścia.

A, B, C, D – symbols of quality classes; l_{ij} ($i = 1, 2, 3, 4; j = i, \dots, 4$) – unknowns contents of cells of constructing transition table.

pierwszym kroku tablica przejścia wraz z dołączonymi tablicami zasobów ma postać tabeli 5.

Drugi krok polega na rozdzieleniu zasobów zwe_2 pomiędzy komórki l_{12} i l_{22} drugiego wiersza tablicy przejścia w taki sposób, aby możliwie największa część tych zasobów przypadła komórce l_{22} (na głównej przekątnej), a jak najmniejsza poza nią, czyli w komórce l_{12} . Analizując zasoby odpowiadające l_{22} ($zwe_2 = 30$, $zwy_2 = 25$), łatwo spostrzec, że w komórce l_{22} można umieścić co najwyżej 25 elementów próbki. Jest to minimum spośród tych dwóch zasobów. Należy więc przypisać komórce l_{22} 25 elementów i o tyleż samo zmniejszyć zasoby zwe_2 i zwy_2 . W ten sposób zasoby drugiego wiersza zostały już wyczerpane. Zatem komórce l_{12} można przypisać jedynie zero elementów. Oczywiście, odjęcie zera od zasobów zwe_2 i zwy_2 nie zmienia ich zawartości. Po dwóch krokach budowana tablica przejścia wraz z zasobami zwe i zwy ma postać przedstawioną w tabeli 6.

Trzeci krok polega na rozdzieleniu zasobów zwe_3 pomiędzy elementy trzeciego wiersza, a rozpoczyna się od przydzielenia największej ich części komórce l_{33} (na głównej przekątnej). Tej komórce można przydzielić co

Tabela 6. Tworzona tablica przejścia z dołączonymi zasobami na wejściu i wyjściu po drugim kroku algorytmu ZZ

Table 6. Constructing transition table with appended resources on the input and the output after the second step of the ZZ algorithm

A	B	C	D	Zasoby: ← Wejścia ↓ Wyjścia Resources on: ← Input ↓ Output
40	5	15	5	
10	-	-	-	A 0
0	25	-	-	B 0
l_{13}	l_{23}	l_{33}	-	C 30
l_{14}	l_{24}	l_{34}	l_{44}	D 35

Oznaczenia jak w tabeli 5 / Denotations as to table 5.

najwyżej 15 elementów, gdyż $\min(15, 30) = 15$. Po odjęciu tej liczby od zwe_3 i zwy_3 otrzymuje się: $zwe_3 = 0$, $zwy_3 = 15$. A więc, do rozdzielania na pozostałe komórki trzeciego wiersza pozostało 15 elementów próbki materiału. Z tej liczby do komórki l_{23} należy przydzielić 5 elementów (na tyle maksymalnie pozwala aktualna wartość $zwe_2 = 5$), a do l_{13} – pozostałe 10. Po trzech krokach budowana tablica przejścia i tablice zasobów mają postać przedstawioną w tabeli 7.

Czwarty krok: Zasoby przynależne czwartemu wierszowi, $zwe_4 = 35$, pozostają do rozdzielania na l_{44} (5 elementów) i na l_{14} (30 elementów), gdyż pozostałe zasoby wejścia zostały już wyczerpane ($zwe_2 = zwe_3 = 0$). Ostatecznie, poszukiwana tablica przejścia ma postać przedstawioną w tabeli 2c.

Analogiczne postępowanie należy przeprowadzić przy poszukiwaniu tablicy przejścia, której odpowiada minimalna odporność próby. Kroki wstępny i pierwszy są identyczne. W następnych krokach rozdzielanie określonej liczby elementów próby do odpowiednich komórek danego wiersza tablicy przejścia powinien mieć kierunek przeciwny. Zatem kolejne kroki należy rozpoczynać od komórki leżącej możliwie najdalej od głównej przekątnej, czyli od komórki

Tabela 7. Tworzona tablica przejścia z dołączonymi zasobami na wejściu i wyjściu po trzecim kroku algorytmu ZZ

Table 7. Constructing transition table with appended resources on the input and the output after the third step of the ZZ algorithm

A	B	C	D	Zasoby: ← Wejścia ↓ Wyjścia Resources on: ← Input ↓ Output
30	0	0	5	
10	-	-	-	A 0
0	25	-	-	B 0
10	5	15	-	C 0
l_{14}	l_{24}	l_{34}	l_{44}	D 35

Oznaczenia jak w tabeli 5 / Denotations as to table 5.

należącej do pierwszej kolumny. Dla rozpatrywanego przykładu poszukiwana tablica przejścia ma postać przedstawioną w tabeli 2a.

Algorytm ZZ działa również poprawnie, gdy poszukiwane tablice przejścia buduje się “od końca”, to znaczy od określenia zawartości komórki l_{kk} (pierwszy krok). W następnym kroku rozmieszcza się elementy przedostatniej kolumny, a rozmieszczanie kończy się na pierwszej kolumnie.

Postępowanie przebiega w podobny sposób, gdy operuje się częstościami względnymi, a nie jak w przedstawionym przykładzie – liczebnościami elementów próby.

Podany algorytm, po nieznacznej modyfikacji, można stosować również przy poszukiwaniu tablicy przejścia dla zmian dwukierunkowych, która odpowiada maksymalnej odporności próby. W pierwszym kroku, stosując opisany powyżej sposób, znajduje się częstości głównej przekątnej tablicy przejścia, starając się przypisać im maksymalną część elementów próbki. Każda znaleziona w ten sposób częstość powoduje wyzerowanie zasobów odpowiadającego jej wiersza lub kolumny. Po wyczerpaniu zasobów danej kolumny (na wejściu) lub wiersza (na wyjściu) w budowanej tablicy przejścia wpisuje się zera. W drugim kroku, postępując analogicznie, określa się częstości dla niewypełnionych zerami elementów tablicy przejścia leżących bezpośrednio pod i nad główną przekątną. Postępując analogicznie, przechodzi się do ustalania częstości tablicy przejścia coraz bardziej odległych od głównej przekątnej.

Dotychczas nie udało się opracować równie prostego algorytmu do znajdowania tablicy przejścia dla zmian dwukierunkowych, która odpowiada minimalnej odporności próby. W tym przypadku skuteczny jest np. algorytm simpleks.

4.9. Problemy istnienia rozwiązań i ich jednoznaczności

Poszukując rozwiązań zadania optymalizacyjnego, należy rozstrzygnąć następujące kwestie:

- czy zadanie jest rozwiązalne?
- czy istnieją jakiekolwiek jego rozwiązania (zwane dopuszczalnymi), niekoniecznie optymalne?
- czy ich istnienie jest zależne od jakichś warunków?
- czy otrzymane rozwiązanie jest jednoznaczne?

Dotychczasowe rozważania oraz przytoczone przykłady wskazują, że problem znajdowania ekstremalnych tablic przejścia jest rozwiązalny. Rozstrzygnięcie kolejnych kwestii przedstawiono w następnych podrozdziałach.

4.9.1. Rozwiązania dopuszczalne

W związku ze znajdowaniem ekstremalnych tablic przejścia dla określonej pary rozkładów na wejściu i na wyjściu przy ustalonym kryterium zmian jakości wyłania się przede wszystkim problem istnienia bodaj jednej tablicy przejścia. Prostą metodą uzyskania odpowiedzi, zastępującą próbę budowy tablicy przejścia, jest badanie różnic szeregów kumulacyjnych tych rozkładów lub wzajemnego usytuowania ich kumulacyjnych krzywych częstości (Rozdz. 4.2.). Z tych badań wynika, że przedstawiony problem dotyczy tylko zmian jednokierunkowych i należy rozpatrywać go z punktu widzenia ewentualnej redukcji dwukierunkowego modelu zmian jakości do któregoś z modeli jednokierunkowych. Jeśli zatem para rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu odpowiada założonemu kierunkowi zmian jakości, to dla tej pary można zbudować przynajmniej jedną tablicę przejścia. Tylko jedna tablica istnieje np. wtedy, gdy oba rozkłady częstości są identyczne ($w_e = w_y$) lub gdy przynajmniej jeden z nich redukuje się do jednej klasy. Przy założeniu zmian dwukierunkowych, dla dowolnych rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu, zawsze można zbudować przynajmniej jedną tablicę przejścia.

Rozważmy następujący przykład, dotyczący liczby i postaci możliwych tablic przejścia. Wydawałoby się, że jeśli rozkład na wejściu jest identyczny z rozkładem na wyjściu, wówczas może istnieć tylko jedna tablica przejścia, i to bardzo szczególna. Taka mianowicie, której elementy niezerowe występują jedynie na głównej przekątnej i są nimi kolejne częstości wspólnego rozkładu. W istocie jest tak jedynie w przypadku zmian jednokierunkowych. Jeśli dopuści się możliwość zmian jakości w obu kierunkach, wówczas w wielu przypadkach można zbudować dla nich taką tablicę przejścia, której zerami mogą być nawet wszystkie elementy na głównej przekątnej. Niech np. rozkład pełniący rolę zarówno wejściowego i wyjściowego ma postać: $w_e = w_y = [50, 30, 20]$ ($k = 3, N = 100$). Omawiane tablice przejścia przedstawiono w tabelach 8a i 8b.

Z przykładu tego wynika następujący wniosek: przy zmianach dwukierunkowych, jeśli rozkład na wejściu jest identyczny z rozkładem na wyjściu, przejście elementów z jednych klas do innych może być tak nieoczekiwane, że w skrajnym przypadku żaden z elementów próby materiału może nie pozostać w swojej pierwotnej klasie.

Rozwiązaniami dopuszczalnymi są tablice przejścia dla określonej pary rozkładów na wejściu i na wyjściu. Domyślnym warunkiem ich dopuszczalności

Tabele 8a, 8b. Dwie różne tablice przejścia dla tego samego rozkładu częstości (%) na wejściu i na wyjściu (dwukierunkowe zmiany jakości)

Tables 8a, 8b. Two different transition tables for the same frequency distribution (%) on the input and the output (bi-directional quality changes)

a	A	B	C	←Wejście Input ↓ Wyjście Output
	50	30	20	
	50	0	0	A 50
	0	30	0	B 30
b	A	B	C	←Wejście Input ↓ Wyjście Output
	50	30	20	
	0	30	20	A 50
	30	0	0	B 30
	A	B	C	←Wejście Input ↓ Wyjście Output
	50	30	20	
	0	30	20	A 50
	30	0	0	B 30
	A	B	C	←Wejście Input ↓ Wyjście Output
	50	30	20	
	0	30	20	A 50
	30	0	0	B 30
	A	B	C	←Wejście Input ↓ Wyjście Output
	50	30	20	
	0	30	20	A 50
	30	0	0	B 30

jest to, aby częstości tych tablic bilansowały się w obu kierunkach, tzn., aby sumy kolumn dawały częstości rozkładu wejściowego, a sumy wierszy – częstości rozkładu wyjściowego. Rozwiązania dopuszczalne zapewniają istnienie rozwiązania, czyli pary (lub par) tablic ekstremalnych. Jeśli rozkłady na wejściu i na wyjściu są wynikiem testowania zmian jakości elementów pewnej próbki materiału, wówczas problem istnienia dopuszczalnych rozwiązań jest problemem czysto akademickim.

4.9.2. Jednoznaczność rozwiązań ekstremalnych

Jak już pokazano, dla zadanej pary rozkładów na wejściu i na wyjściu może istnieć wiele dopuszczalnych tablic przejścia. Powstaje pytanie, czy wówczas, dla tego samego, ustalonego układu wag, mogą istnieć różne ekstremalne tablice przejścia, lecz dające te same wartości wskaźnika zmian jakości? Odpowiedź jest pozytywna w przypadku zmian dwukierunkowych: może istnieć nawet nieskończenie wiele tablic ekstremalnych. Ilustruje to następujący przykład:

Próbkę złożoną z $N = 265$ elementów sklasyfikowano w $k = 5$ klasach jakości i uzyskano następujące liczby ich elementów na wejściu i wyjściu: $w_e = [100, 20, 50, 80, 15]$, $w_y = [50, 30, 150, 10, 25]$. Należy znaleźć tablicę przejścia, odpowiadającą minimalnej odporności tej próbki na działanie czynnika, który może powodować zmiany jakości jej elementów w obu kierunkach. W tym przykładzie element materiału uważany jest za tym bardziej odporny, im ulegnie mniejszej zmianie, obojętnie w którym kierunku. Poszukiwanej tablicy przejścia przypisano następujące wagi dwójkowe: elementom próbki, które nie zmieniły swej klasy jakości (główna przekątna) – 16, elementom, które przeszły do klasy bezpośrednio wyższej lub niższej (nad główną przekątną i pod nią) – 8, elementom które przeszły o dwie klasy wyżej lub niżej – 4, o trzy klasy – 2, o cztery – 1.

Stosując metodę kolejnych prób, otrzymano pierwszą tablicę przejścia (tab. 9a), natomiast przy zastosowaniu algorytmu simpleks – drugą z nich (tab. 9b). Obie te tablice przejścia, aczkolwiek są różne, dla przyjętych wag dają tę samą wartość minimalnego wskaźnika odporności: $1150/265 = 4,34$. Z teorii programowania liniowego [57] wynika, że jeśli funkcja celu osiąga wartość ekstremalną w dwóch różnych punktach x , x , to osiąga tę samą wartość także we wszystkich punktach wewnętrznych odcinka o końcach x i x . Zatem w tym przypadku istnieje nieskończenie wiele ekstremalnych tablic przejścia.

Dla dowolnego układu wag trudno podać warunki na istnienie jednej pary ekstremalnych tablic przejścia. W przypadku zmian jednokierunkowych, dla przyjętego w pracy kryterium odporności o wagach dwójkowych, o ile istnieje para ekstremalnych tablic przejścia i ekstremalnych wskaźników zmian jakości, to tylko jedna. Zapewnia to szczególna, trójkątna budowa tablic przejścia i wybrany układ wag. Jeśli istnieje tylko jedna tablica przejścia, wówczas $T_{min} = T_{max} = T_{test}$ i $MRI_{min} = MRI_{max} = MRI_{test}$.

Tabele 9a, 9b. Dwie różne tablice przejścia odpowiadające minimalnej odporności próby
Tables 9a, 9b. Two different transition tables corresponding to a minimum sample resistance

a

A	B	C	D	E	←Wejście Input ↓ Wyjście Output
100	20	50	80	15	
0	0	35	15	0	A 50
0	0	0	30	0	B 30
100	0	0	35	15	C 150
0	10	0	0	0	D 10
0	10	15	0	0	E 25

b

A	B	C	D	E	←Wejście Input ↓ Wyjście Output
100	20	50	80	15	
0	0	25	25	0	A 50
0	0	0	30	0	B 30
100	10	0	25	15	C 150
0	10	0	0	0	D 10
0	0	25	0	0	E 25

A, B, C, D, E – symbole klas jakości; Wejście, Wyjście – liczebności elementów próby w klasach jakości na wejściu i na wyjściu.

A, B, C, D, E – symbols of quality classes; Input, Output – numbers of sample elements in input and output classes, respectively.

4.10. Przedział wyznaczony przez ekstremalne wskaźniki zmian jakości

Mając obliczony wskaźnik zmian jakości dla testowanej próbki materiału na podstawie jej tablicy przejścia (T_{test}), jest korzystne wiedzieć, jak dalece odbiega on od możliwie największego i możliwie najmniejszego wskaźnika, jaki można otrzymać dla danej pary rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu, czyli dla wszystkich próbek materiału klasy . Mogą być interesujące odpowiedzi na następujące pytania:

- czy badany czynnik jest tak silny, że materiał poddany jego działaniu jest skłonny do zmian w możliwie maksymalnym stopniu, czy też przeciwnie – jest bliższy minimalnym zmianom?
- jak duży jest rozstęp między minimalnym a maksymalnym wskaźnikiem zmian jakości?

Znając wskaźnik zmian jakości MCI_{test} , odpowiadający faktycznej tablicy przejścia T_{test} , uzyskuje się jego pełniejszą ocenę – na tle przedziału wyznaczonego przez ekstremalne wskaźniki MCI_{min} i MCI_{max} , odpowiadające ekstremalnym tablicom T_{min} i T_{max} . Te dwie liczby określają na skali wskaźnika bardzo przydatny do dalszych analiz przedział $MCI_{min} ; MCI_{max}$, czyli zakres wskaźnika zmian jakości dla wszystkich próbek materiału klasy , w szczególności więc dla analizowanej próbki materiału. Jeśli jest ona dostatecznie reprezentatywna, wówczas przedział ten oraz wartość MCI_{test} w pełni obrazują zmiany jakości badanego materiału z punktu widzenia przyjętego kryterium. Istotne jest zarówno usytuowanie MCI_{test} w tym przedziale jak i usytuowanie samego przedziału na skali wskaźnika MCI , a także jego długość:

$$MCI = MCI_{max} - MCI_{min}.$$

Przedział wyznaczony przez ekstremalne wartości wskaźnika zmian jakości może być bardzo przydatną, przybliżoną miarą zmian jakości wówczas, gdy metoda testowania zmian jakości nie daje możliwości zbudowania tablicy przejścia T_{test} , czyli wtedy, gdy jedynymi danymi do analizy zmian jakości są rozkłady częstości na wejściu i na wyjściu. Z uwagi na to, że faktyczna wartość wskaźnika zmian jakości (MCI_{test}) zawiera się w przedziale $MCI_{min} ; MCI_{max}$, więc z możliwie najmniejszym błędem można ocenić jego przybliżoną wartość MCI_{test}^* przyjmując, że:

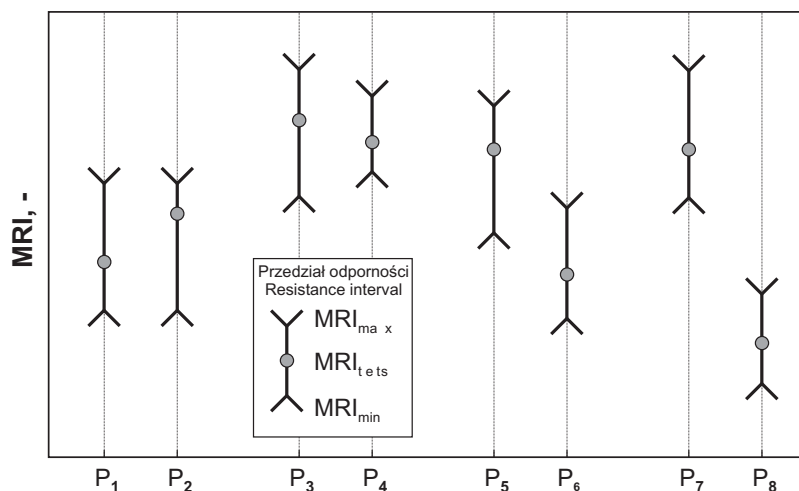
$$MCI_{test}^* = (MCI_{max} + MCI_{min})/2.$$

Oczywiście, im krótszy jest przedział $MCI_{min} ; MCI_{max}$, tym dokładniejsza jest ocena MCI_{test}^* .

Przedział $MCI_{min} ; MCI_{max}$ oraz wartość MCI_{test} mogą służyć do porównywania zmian różnych próbek materiału, różnych czynników destrukcyjnych, metod postępowania z materiałem (np. technologii przetwórstwa) lub tej samej próbki między określonymi momentami pewnego procesu. Celowe jest przypisanie konkretnej nazwy przedziałowi $MCI_{min} ; MCI_{max}$ w zależności od analizowanego materiału i związanego z nim problemu oceny zmian jakości. Przykłady zamieszczone w pracy dotyczą problemów odporności (trwałości) materiałów (ziaren zbóż i agregatów glebowych) na działanie określonych czynników destrukcyjnych. W przypadku ziaren nazwano go przedziałem zmian odporności, a w przypadku agregatów – zmian trwałości (lub w skrócie odpowiednio: przedziałem odporności i trwałości). Natomiast jego długość ($MRI = MRI_{max} - MRI_{min}$) nazwano bezwzględnym zakresem zmian odporności (trwałości).

Przedział $MCI_{min} ; MCI_{max}$ i znajdująca się w nim wartość MCI_{test} stanowią analogię do wyników testów statystycznych, które umożliwiają przedstawienie średniej wartości cechy wraz z jej przedziałem ufności. Wartość MCI_{test} nie musi jednak leżeć w środku przedziału $MCI_{min} ; MCI_{max}$, może nawet pokrywać się z którymś jego końców. Gdy $MCI_{min} = MCI_{max} = MCI_{test}$, przedział ten redukuje się do jednego punktu, a jego długość jest równa zero. Drugą skrajnością jest bardzo długi przedział, obejmujący znaczną część skali wskaźnika MCI . Interpretacja i ocena tych przypadków zależy od konkretnych problemów.

Ze względu na wspomnianą analogię przyjęto następujące kryteria porównawcze: jeśli porównywane przedziały przynajmniej częściowo pokrywają się, wówczas odpowiadające im próbki materiału nazwano próbkami o *bliskich zakresach zmian jakości* (lub odpowiednio do nazwy wskaźnika: odporności, trwałości, stabilności, podatności *etc.*). Wszystkie próbki materiału klasy mają nie tylko bliskie, lecz nawet *jednakowe zakresy zmian jakości*. Jeśli jeden z porównywanych zakresów zmian jakości całkowicie obejmuje pozostałe zakresy, wówczas porównywane próbki nazwano próbkami o *podobnych zakresach zmian jakości*. Próbkami o rozłącznych zakresach odporności nazwano próbkami o *odległych zakresach zmian jakości* (rys. 2).



Rys. 2. Przykłady porównywanych par próbek o przedziałach odporności: P₁, P₂ – jednakowych; P₃, P₄ – podobnych; P₅, P₆ – bliskich; P₇, P₈ – odległych

Fig. 2. An examples of compared samples pairs with resistance intervals are: P₁, P₂ – identical; P₃, P₄ – similar; P₅, P₆ – related; P₇, P₈ – distant

4.11. Wskaźniki pomocnicze

W celu przedstawienia wzajemnych relacji między trójką liczb: MRI_{test} , MRI_{min} i MRI_{max} , określono dwa pomocnicze wskaźniki. Mogą one dawać możliwość różnych interpretacji, m.in. mogą służyć do względnej oceny zmian odporności materiałów.

Wskaźnik δMRI . Jest to miara długości przedziału odporności w stosunku do wskaźnika odporności. Nazwano go względnym zakresem odporności:

$$\delta MRI = 100 (MRI / MRI_{test}), \%$$

Wskaźnik δMRI może służyć jako miara zmienności – jest analogiem wskaźnika zmienności W , stosowanego w statystyce matematycznej:

$$W = 100 (dev(x) / \bar{x}), \%$$

Wskaźnik δMRI przyjmuje wartości $\geq 0\%$. Jego największa wartość zależy od skali wskaźnika odporności. Przy stałej wartości ΔMRI , wskaźnik δMRI maleje wraz ze wzrostem MRI_{test} , co przy destrukcyjnym charakterze zmian jakości materiału pozytywnie świadczy o jego odporności. Natomiast przy stałej wartości MRI_{test} , wskaźnik δMRI rośnie wraz ze wzrostem ΔMRI , co z kolei negatywnie świadczy o odporności materiału.

Przypadki szczególne: gdy przedział odporności zredukowany jest do jednego punktu (czyli wtedy, gdy $MRI_{min} = MRI_{max} = MRI_{test}$), to $\delta MRI = 0\%$; gdy ΔMRI pokrywa całą skalę wskaźnika odporności, zaś $MRI_{test} = 1$ (dolny kres skali wskaźnika odporności), to $\delta MRI = 100$ ($\max MRI - 1$)%, gdzie $\max MRI$ jest największą wartością na skali wskaźnika odporności.

Wskaźnik ***qMRI***. Jest to względna miara położenia MRI_{test} w przedziale $MRI_{min}; MRI_{max}$. Można interpretować go jako miarę jakości zmian odporności:

$$qMRI = 100 (MRI_{test} - MRI_{min}) / \Delta MRI, \%$$

Wskaźnik *qMRI* przyjmuje wartości od 0% do 100%. Im MRI_{test} usytuowany jest bliżej MRI_{min} (najmniejszy wskaźnik odporności, jaki próbka o określonej parze rozkładów na wejściu i na wyjściu może osiągnąć), tym mniejszy (mniej korzystny) jest wskaźnik *qMRI*. I przeciwnie – im MRI_{test} usytuowany jest bliżej MRI_{max} (największy wskaźnik odporności, jaki ta próbka może osiągnąć), tym większy (bardziej korzystny) jest wskaźnik *qMRI*.

Przypadki szczególne: gdy $MRI_{test} = MRI_{min}$, to $qMRI = 0\%$; gdy $MRI_{test} = MRI_{max}$, to $qMRI = 100\%$; gdy $MRI_{test} = (MRI_{min} + MRI_{max})/2$, to $qMRI = 50\%$; gdy $MRI_{test} = MRI_{min} = MRI_{max}$, wówczas umownie należy przyjąć, że $qMRI = 100\%$.

Po ewentualnej modyfikacji podane wskaźniki mogą być przydatne również do względnej oceny inaczej rozumianych zmian jakości.

4.12. Oszacowanie częstości elementów podatnych i w pełni odpornych na zmiany dla próbek materiału klasy

Jeśli zróżnicowanie zasięgu zmian elementów próbek materiału klasy nie jest istotne dla rozważanego problemu, a interesująca jest jedynie częstość elementów, które uległy (lub mogły ulec) jakiegokolwiek degradacji, przechodząc w klasyfikacji do niższych klas, wówczas przydatne są przedziały, w których ta częstość może się znajdować. Elementy takie nazwano podatnymi na działanie określonego czynnika destrukcyjnego. Oszacowanie ich częstości w próbce można uzyskać dwoma sposobami:

- za pomocą różnic częstości szeregów kumulacyjnych (dolny kres) i za pomocą rozkładów częstości wejścia i wyjścia (górny kres),
- na podstawie ekstremalnych tablic przejścia.

Faktyczną częstość elementów podatnych można obliczyć, gdy przeprowadzony eksperyment oceny jakości próbki materiału umożliwia zestawienie dla

niej tablicy przejścia T_{test} . Wówczas jest to suma częstości, które znajdują się pod główną przekątną tej tablicy lub po prostu wielkość $s = 1 - d_0$, gdzie d_0 jest sumą częstości głównej przekątnej tablicy T_{test} .

Pierwszy sposób oszacowania częstości elementów podatnych polega na wykorzystaniu do tego celu wyłącznie częstości rozkładów na wejściu i na wyjściu. Dolny kres tego oszacowania ($\underline{s}$) jest największą spośród różnic częstości skumulowanych: $r_1, r_2, \dots, r_k$ (k – liczba klas), odpowiadających określonej parze rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu, czyli:

$$\underline{s} = \max(r_1, r_2, \dots, r_k),$$

natomiast górny kres jest równy:

$$\bar{s} = 1 - (p_k + q_1),$$

gdzie p_k jest ostatnią częstością rozkładu wejściowego, zaś q_1 jest pierwszą częstością rozkładu wyjściowego.

Do otrzymania drugiego, dokładniejszego oszacowania częstości elementów podatnych na działanie określonego czynnika destrukcyjnego, konieczne jest znalezienie ekstremalnych tablic przejścia T_{min} i T_{max} , odpowiadających danej parze rozkładów częstości. Przy użyciu tego sposobu szacowania kresy oblicza się podobnie, jak faktyczną częstość elementów podatnych. Dolny kres ($\underline{s}$) otrzymuje się z tablicy T_{max} , a górny ($\bar{s}$) – z tablicy T_{min} . Tak więc:

$$\text{z } T_{max}: \underline{s} = 1 - d_0; \quad \text{z } T_{min}: \bar{s} = 1 - d_0.$$

W podobny sposób otrzymuje się oszacowania częstości elementów, które były w pełni odporne. Przedziały wyznaczone przez oba sposoby szacowania mogą odgrywać podobną rolę, jak np. przedziały ufności w analizie wariancji – mogą służyć do porównywania zakresów podatności lub odporności wielu próbek materiału lub tej samej próbki w badanym procesie.

4.13. Komputerowy program do analizy jednokierunkowych zmian jakości materiałów dla przyjętego kryterium oceny tych zmian

Znaczną część obliczeń do zamieszczonych w następnych rozdziałach przykładów analiz odporności dla zmian jednokierunkowych wykonano przy użyciu programu p.n. "Zmiany jakości" [35]. Jego zasadniczą częścią jest implementacja algorytmu ZZ, służącego do znajdowania ekstremalnych tablic przejścia wg przyjętego w niniejszej pracy kryterium oceny zmian jakości materiału.

Wspomniany program jest dużym ułatwieniem w wykonywaniu analiz. Po wprowadzeniu rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu program sprawdza, czy dane te odpowiadają modelowi zmian jednokierunkowych o charakterze destrukcyjnym. W zależności od wybranych przez operatora opcji, wynikami analiz mogą być: szeregi kumulacyjne, tablice przejścia T_{max} , T_{min} i T_{test} , odpowiadające im wskaźniki odporności i wskaźniki pomocnicze. Wyświetlane

są one na ekranie monitora. Można je również wydrukować lub zapisać w wybranym pliku.

4.14. Analizowanie procesów zmian jakości materiału

Procesy zmian jakości materiału można analizować w następujący sposób:

- krok po kroku, np. między kolejnymi dobami, w których kontrolowany jest stan jakości materiału;
- etap po etapie, gdzie etapy obejmują szereg kroków, np. od rozpoczęcia nawilżania materiału do jego zakończenia, następnie od rozpoczęcia suszenia do jego zakończenia;
- w narastającym czasie, np. po 1 dobie suszenia, po 2 dobach, ..., po n dobach (czyli od początku do końca procesu suszenia materiału).

Dwa pierwsze sposoby są szczególnie użyteczne w przypadku zmian dwukierunkowych. W takich analizach częstości rozkładu wyjściowego poprzedniego okresu są zarazem częstościami rozkładu wejściowego następnego okresu. Ostatni sposób jest korzystny w przypadku zmian jednokierunkowych. Rozkładem wejściowym są stale te same częstości, natomiast zmienia się rozkład częstości na wyjściu. Ten sposób polega więc na analizowaniu skutków kumulacyjnego działania czynnika destrukcyjnego.

5. ANALIZA ZMIAN ODPORNOŚCI NA PĘKANIE ZIAREN PSZENICY W PROCESIE SUSZENIA

Do ilustracji, a zarazem weryfikacji opracowanej metody autor wykorzystał materiały z badań statutowych prowadzonych w latach 1998-9. Na bazie prostego doświadczenia uzyskano wówczas materiał ziarnowy o zróżnicowanej wilgotności. Posłużył on do badań, których zasadniczym celem było rozpoznanie możliwości zastosowania nowo opracowanego wówczas oprogramowania do analizy różnych cech ziarna pszenicy na podstawie ich obrazów rentgenowskich [51].

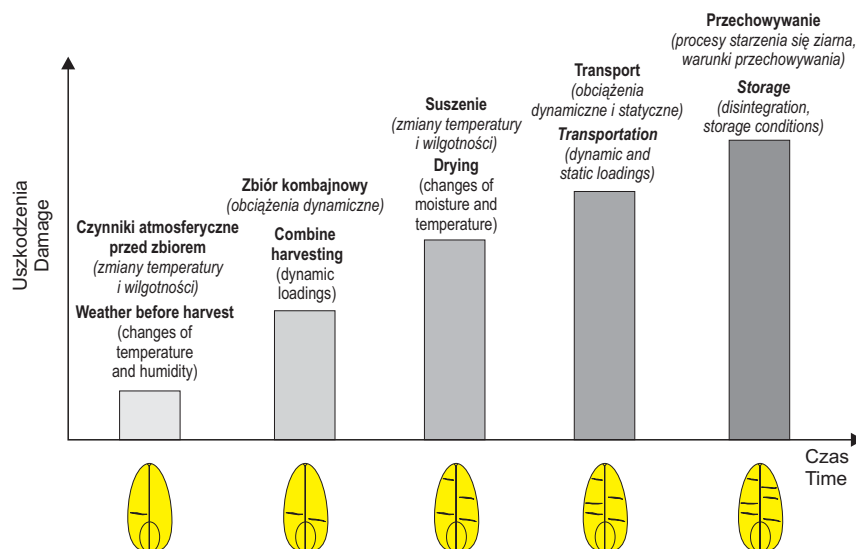
5.1. Pęknięcia wewnętrzne w ziarnach zbóż

Bardzo często ziarno zbóż oceniane jest z punktu widzenia odporności na uszkodzenia pod wpływem określonych czynników. Odporność jest przeciwieństwem, a raczej dopełnieniem podatności. Obie te nazwy, w gruncie rzeczy tej samej właściwości, stosowane są wymiennie [27,83]. Cecha ta bywa jednak rozmaicie definiowana i w różny sposób badana, tzn. przy użyciu różnych metod wykrywania i oceny uszkodzeń [24,43].

Ziarno zbóż jest materiałem roślinnym stosunkowo wrażliwym (podatnym) na różnego rodzaju czynniki destrukcyjne, w wyniku których ulega uszkodzeniom. Tuż przed jego ostatecznym spożyciem (na przemiał, wysiew) ma swoisty bagaż uszkodzeń, które mogły powstawać kolejno (rys. 3):

- przed zbiorem – w wyniku zmiennych warunków atmosferycznych (pęknięcia wewnętrzne bielma),
- podczas zbioru – w wyniku działania elementów mechanicznych maszyn żniwnych (zewnętrzne uszkodzenia mechaniczne i pęknięcia wewnętrzne),
- podczas suszenia – w wyniku stresów termicznych i zmian wilgotności (uszkodzenia termiczne i pęknięcia wewnętrzne),
- podczas transportu i przechowywania – wskutek oddziaływania elementów roboczych maszyn i urządzeń służących do ładowania i opróżniania zbiorników, przesypywania przy pomocy przenośników oraz tarcia i ciśnienia wewnątrz masy ziarna (uszkodzenia mechaniczne).

Różnorodność przyczyn, rodzajów i skutków uszkodzeń skłania do badania i oceny uszkodzeń po każdym etapie, w wyniku którego może nastąpić ich znaczący przyrost. Działanie wcześniejszych czynników destrukcyjnych, a nawet ich



Rys. 3. Historia uszkodzeń ziarna

Fig. 3. Damage history of grain

kolejność, czyli dotychczasowa historia ziarna, mogą mieć istotny wpływ na odporność na uszkodzenia w wyniku działania następnego czynnika destrukcyjnego. Znajomość odporności na uszkodzenia może być przydatna przy doborze odpowiednich parametrów maszyn i urządzeń, głównie w trakcie zbioru, przemieszczania ziarna i w procesie jego suszenia – w celu ograniczenia strat materiału.

W celu efektywnej oceny odporności na uszkodzenia konieczna jest skuteczna metoda detekcji, pozwalająca na jednoznaczną identyfikację uszkodzeń oraz odpowiednia metoda ich liczbowej oceny. Od kilkunastu lat w Instytucie Agrofizyki PAN w Lublinie do detekcji uszkodzeń w ziarnach zbóż stosowany jest aparat rentgenowski Elektronika 25 produkcji rosyjskiej. Defektoskopia rentgenowska umożliwia wykrywanie stosunkowo szerokiej klasy uszkodzeń, jest znacznie tańsza np. w stosunku do jądrowego rezonansu magnetycznego (IMR) i zaliczana jest do nieniszczących technik detekcji (NDT). Z biegiem lat zmodyfikowano i udoskonalono pierwotne procedury otrzymywania rentgenogramów, przejęte z Instytutu Agrofizyki w St. Petersburgu oraz opracowano nowe metody oceny uszkodzeń ziaren. Pozwoliło to na znaczne skrócenie czasu otrzymywania obrazów i poprawę ich jakości, a co za tym idzie – na łatwiejszą i dokładniejszą identyfikację uszkodzeń oraz ich liczbową ocenę. Dalszym postępowaniem był elektroniczny zapis obrazów rentgenowskich w pamięci komputera oraz

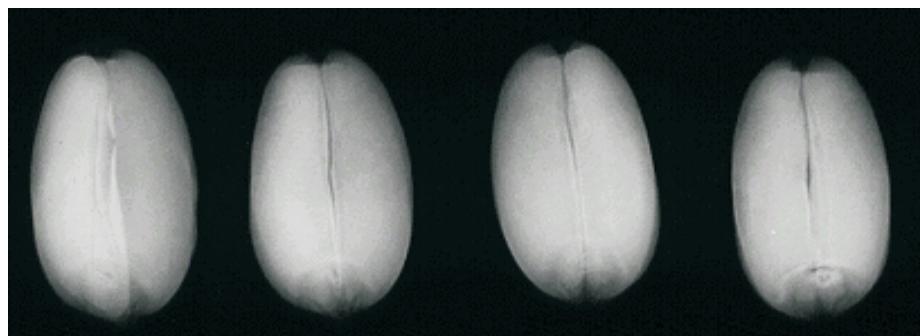
zastosowanie komputerowych metod ich analizy i przetwarzania w odniesieniu do ziaren zbóż i innych materiałów biologicznych o niewielkich wymiarach [25,47,56,70,72,88].

Do oceny stanu uszkodzeń ziaren zbóż stosowano różne metody – zarówno jakościowe [40] jak i ilościowe [5]. Jako ocenę stanu uszkodzeń pojedynczego ziarniaka przyjmuje się liczbę widocznych pęknięć na jego obrazie [86,87,90,91]. Jednak w wielu przypadkach ich zliczanie jest bardzo uciążliwe lub wręcz niemożliwe (Rys. 4 i 5). Wykorzystując metodę dyskretyzacji, czyli podziału obrazu ziarniaka na części poprzez nałożenie na niego odpowiedniej siatki oraz identyfikacji uszkodzeń w każdej z tak otrzymanych części obrazu z osobna, zaproponowano szereg wskaźników uszkodzeń o różnych własnościach [42-44]. Zaletą tej metody jest to, że łatwo daje się implementować w programach komputerowych. W jej pierwszej, półautomatycznej implementacji (program ZIARNA), wartość wybranego wskaźnika jest odzwierciedleniem identyfikacji uszkodzeń dokonywanej przez operatora w poszczególnych częściach obrazu ziarna [72]. Następną implementacją (program MIARKA), jest próbą automatycznej identyfikacji i oceny uszkodzeń [47,70]. Program ten pozwala operatorowi korygować oceny dokonywane automatycznie. Zgodność ocen programu z ocenami operatora dochodzi do 90%.

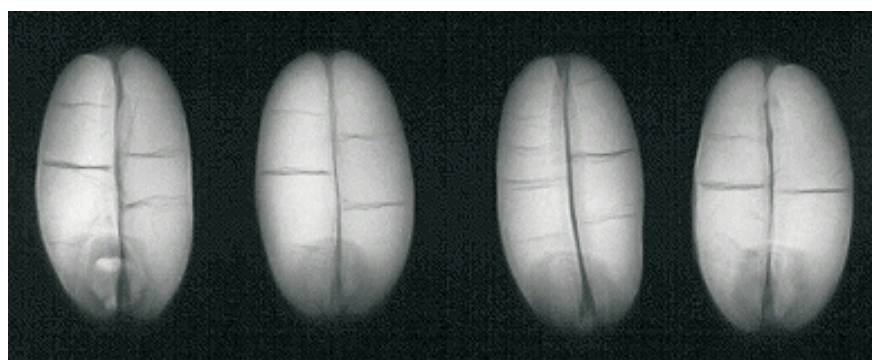
Na obrazach rentgenowskich nieuszkodzonych ziaren można wyróżnić jedynie bruzdkę i wyraźnie ciemniejsze pole obrazu zarodka w porównaniu z tłem bielma. Jeszcze przed zbiorem, wskutek działania czynników atmosferycznych, w ziarnach mogą powstawać szczeliny wewnętrzne [22]. Na rentgenogramach są one widoczne w postaci nielicznych, wąskich i ostrych cieni, usytuowanych prostopadłe do bruzdki. Podobny efekt można uzyskać nawilżając lub łagodnie susząc nawilżone ziarna [40,91] (Rys 4a i 4b), tj. rozkładając je luźno na tacy i poddając działaniu otaczającego powietrza o stałej, odpowiednio dobranej temperaturze i wilgotności względnej. Analiza procesów nawilżania i łagodnego suszenia ziaren pozwala poznać dynamikę powstawania i rozwoju pęknięć. Rozpoznaniu przyczyn tego zjawiska w ziarnach różnych zbóż poświęcono wiele uwagi w literaturze światowej [10,27,37,40,83], a także w pracach Instytutu Agrofizyki PAN w Lublinie [22,86,90,91]. Bardziej szczegółowy przegląd prac tej problematyki można znaleźć w artykułach Woźniak [88] oraz Grundasa i in. [25].

Skutki opisanego sposobu suszenia bardzo często porównywane są ze skutkami suszenia z zastosowaniem bardziej radykalnych sposobów usuwania wody z ziarna, np. podwyższonej temperatury, nawiewu powietrza, mikrofal itp. [50,52]. Jednakże nawet tak łagodny sposób suszenia, jeśli poprzedzony jest

a.



b.



c.



Rys. 4. Rentgenowskie obrazy ziaren pszenicy: a – bez widocznych uszkodzeń; b – z pęknięciami – po nawilżaniu i delikatnym suszeniu; c – z pęknięciami – po nawilżaniu i intensywnym suszeniu

Fig. 4. X-ray images of wheat grains: a – without visible damage; b – cracked – after wetting and soft drying; c – cracked – after wetting and intensive drying

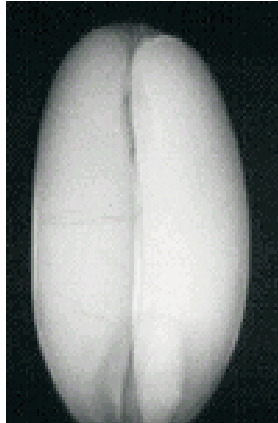


nawilżaniem, powoduje zmiany właściwości fizycznych ziarna [10,40,87]. Z tego względu stan pęknięć wewnętrznych bielma pszenicy można uznać za miernik jakości ziarna. Wskazują na to wyniki licznych badań skutków fizycznych i biologicznych pęknięć [36,47,89].

5.2. Materiał badawczy

5.2.1. Nawilżanie i suszenie ziaren

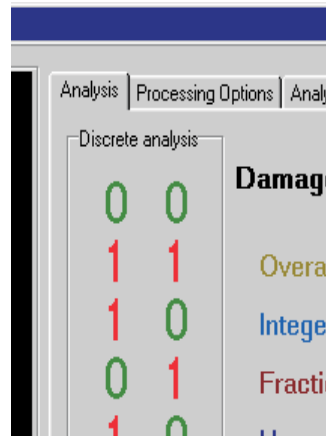
Materiałem badawczym dla przedstawionego przykładu była pszenica ozima odmiany Rosa, pochodząca ze ścisłych doświadczeń polowych na terenie RZD AR w Felinie k. Lublina (1998 r.). Próbkę ziarna o masie 100 g i wilgotności 11% była nawilżana przez 12 godzin między warstwami nasączonej wodą bibuły. Po tym czasie wilgotność ziarna wzrosła do 31%. Następnie ziarna te rozłożono luźno na tacy i suszono otaczającym je powietrzem w pomieszczeniu o wilgotności względnej 65%, temperaturze 21°C przez 5 dni, aż do uzyskania ziarna powietrznie suchego, o ustabilizowanej wilgotności 11%. W opisanych warunkach suszenia była to jego wilgotność równoważna [26]. Wspomniana próbka służyła do szybkiej oceny ubytku masy, a przez to także do spadku wilgotności ziarna. Błąd względny, popełniany przy określaniu wilgotności nie przekraczał 0,2%.



5.2.2. Detekcja, identyfikacja i ocena stanu pęknięć bielma

Losowo wybrany zbiór ziaren, dla którego określano stan uszkodzeń, liczył 120 sztuk. Ziarna te były prześwietlane aparatem rentgenowskim przed nawilżaniem, po nawilżeniu i po każdej dobie suszenia (rys. 6). Zapewniono pełną ich identyfikację podczas całego eksperymentu [51]. Ekspozycje rentgenowskie wykonano w stabilnym ułożeniu ziaren, bruzdką do dołu. Obrazy ziaren na kliszach (po 12 na jednej kliszy o wymiarach 13 x 18 cm) wykonywane były w 5-krotnym powiększeniu. Ich elektroniczny zapis w pamięci komputera odbywał się poprzez skanowanie klisz.

Oceny stanu pęknięć pojedynczych ziaren dokonywano przy pomocy programu MIARKA [70]. Na obraz wybranego ziarna automatycznie nakładana była siatka prostokątna, dokładnie obejmująca cały jego zarys (rys. 7). Siatka dzieliła obraz ziarna na dwa pasy podłużne (wzdłuż bruzdki ziarna) i na sześć pasów poprzecznych o równych szerokościach. Program w każdym okienku siatki automatycznie identyfikował pęknięcia i dokonywał ich binarnej oceny. Jeśli w danym okienku zostało stwierdzone jakiekolwiek pęknięcie, przypisywana mu była ocena częściowa 1, a w przeciwnym przypadku 0. Sumę ocen częściowych przyjęto nazywać *sumarycznym wskaźnikiem uszkodzeń ziarna* i oznaczono symbolem *IS*. Po wprowadzeniu przez operatora ewentualnej korekty ocen częściowych,



program korygował wartość wskaźnika *IS* i poprawiony wskaźnik wraz z binarną mapką uszkodzeń wykrytych w okienkach siatki mógł być zapisany w wybranym zbiorze. Zbiór danych przeznaczony do dalszych analiz składał się z numerów ziaren i odpowiadających im wskaźników uszkodzeń w kolejnych etapach doświadczenia (przed nawilżaniem, po nawilżaniu i po każdej dobie suszenia).

5.3. Metodyka analizy zmian odporności ziaren na pękanie

W niniejszym rozdziale uszczegółowiono wcześniej przedstawiony, ogólny zarys metody oceny zmian jakości w taki sposób, aby mógł posłużyć do analizy zmian odporności ziaren na pękanie w opisanym procesie suszenia.

5.3.1. Sposób analizowania procesu suszenia ziaren

Rozpatrywany w przykładzie proces suszenia ziaren najbardziej dynamicznie przebiegał w pierwszych dobach, a z biegiem czasu ubytki wody były coraz mniejsze. Było interesujące, czy podobny przebieg miały zmiany stanu pęknięć. W związku z tym odporność ziaren analizowano w odniesieniu do stanu pęknięć po ich nawilżeniu (wejście). Stany pęknięć po jednej, dwu, ..., pięciu dniach suszenia pełniły rolę stanów wyjściowych. Odpowiada to kumulacyjnemu sposobowi analizy skutków suszenia.

5.3.2. Klasyfikacja ziaren

W omawianym przykładzie wskaźnik uszkodzeń *IS* mógł przyjmować wartości całkowite od 0 do 12. Przypisywanie każdej wartości wskaźnika odrębnej klasy dałoby w efekcie zbyt drobiazgową klasyfikację ziaren. We wszystkich etapach doświadczenia, w których kontrolowano stan pęknięć, wystąpiły ziarna, którym przypisano *IS* od 0 do 9. Dla ewentualnych porównań z innymi doświadczeniami, korzystniejsza jest klasyfikacja obejmująca cały zakres wskaźnika *IS*. Ważnym przypadkiem są ziarna bez widocznych uszkodzeń, dla których celowe jest utworzenie odrębnej klasy. Uwzględniając powyższe przesłanki, dokonano podziału ziaren na cztery klasy:

- A – ziarna bez widocznych pęknięć (*IS* = 0),
- B – ziarna mało popękane (*IS* = 1, 2, 3, 4),
- C – ziarna średnio popękane (*IS* = 5, 6, 7, 8),
- D – ziarna najbardziej popękane (*IS* = 9, 10, 11, 12).

5.3.3. Tablice przejścia T_{test}

W tablicy przejścia zestawia się informacje niezbędne do analizy odporności ziaren pszenicy na pęknięcie. Jest to forma zapisu zmian stanu pęknięć, jakie dokonały się w ziarnach badanej próbki w analizowanym okresie przeprowadzonego eksperymentu.

Domniemanym skutkiem suszenia są jednokierunkowe zmiany stanu pęknięć w ziarnach. W odniesieniu do każdego ziarna mogą więc wystąpić następujące zdarzenia:

— niezmiennosc stanu pęknięć bądź taki ich przyrost, który jeszcze nie powodował zmiany klasy jakości ziarna;

— przyrost pęknięć powodujący spadek ziarna do jednej z następnych klas jakości.

Tablice przejścia są tabelarycznym zestawieniem częstości ziaren, które w rozpatrywanych okresach nie zmieniły swej przynależności do klas i tych, które uległy degradacji o określoną liczbę klas. Otrzymuje się je z tabeli danych wejściowych poprzez zliczanie w niej (przy pomocy odpowiedniego programu) ilości ziaren, które pomiędzy dwoma wybranymi momentami doświadczenia reprezentowały możliwe przejścia z klas na wejściu do klas na wyjściu: A A, A B, ..., C D, D D. Dla ustalonej klasyfikacji istnieje 10 takich możliwości. Po wpisaniu częstości wszystkich tych zdarzeń, komórki górnego trójkąta każdej tablicy przejścia (nad główną przekątną) pozostają puste. Wiersz nagłówkowy i prawa, boczna kolumna tablicy przejścia zawierają odpowiednio częstości ziaren należących do klas na wejściu i na wyjściu. Po poprawnym zestawieniu wszystkich wspomnianych częstości wiersze i kolumny tablicy przejścia bilansują się. Częstości tablic przejścia wyrażane są zwykle w postaci częstości względnych (obliczanych względem liczebności próbki), czyli liczb z zakresu od 0 do 1. Po to, aby w następnych obliczeniach nie kumulować błędów zaokrągleń wynikających z dzielenia przez 120 (liczebność analizowanej próbki ziaren), zamiast częstości, w tablicach zestawiono liczebności ziaren (tab. 10).

5.3.4. Rozkład częstości diagonalnych

Dla czterech klas jakości rozkład częstości diagonalnych ma postać: **diag** = $[d_0, d_1, d_2, d_3]$, gdzie: $d_0 = p_{11} + p_{22} + p_{33} + p_{44}$ – częstość ziaren, które nie zmieniły swego stanu jakości (suma elementów głównej przekątnej tablicy

Tabela 10. Tablica przejścia do analizy odporności ziaren na pękanie
Table 10. Transition table to resistance analysis of kernels to cracking

A m_1	B m_2	C m_3	D m_4	← Wejście Input $N=120$ ↓ Wyjście Output
l_{11}	-	-	-	A n_1
l_{12}	l_{22}	-	-	B n_2
l_{13}	l_{23}	l_{33}	-	C n_3
l_{14}	l_{24}	l_{34}	l_{44}	D n_4

A, B, C, D – symbole klas jakości; m_1, m_2, m_3, m_4 – liczebności ziaren w klasach na wejściu; n_1, n_2, n_3, n_4 – liczebności ziaren w klasach na wyjściu; l_{ij} ($i = 1,2,3,4; j=i, \dots, 4$) – liczebności ziaren w podklasach (i,j)

A, B, C, D – symbols of quality classes; m_1, m_2, m_3, m_4 – numbers of kernels within input classes;

przejścia); $d_1 = p_{12} + p_{23} + p_{34}$ – częstość ziaren, które zmieniły stan jakości, przechodząc o jedną klasę niżej w przyjętej klasyfikacji (suma elementów bezpośrednio pod główną przekątną tablicy przejścia); $d_2 = p_{13} + p_{24}$ – częstość ziaren, które zmieniły stan jakości, przechodząc o dwie klasy niżej w przyjętej klasyfikacji; $d_3 = p_{14}$ – częstość ziaren, które zmieniły stan jakości, przechodząc o trzy klasy niżej w przyjętej klasyfikacji.

5.3.5. Kryterium oceny odporności ziaren

W rozpatrywanym przykładzie założono, że ocena odporności pojedynczego ziarna jest zdeterminowana przynależnością do jednej z komórek tablicy przejścia, zbudowanej w oparciu o przyjętą klasyfikację jego pęknięć wewnętrznych. W ślad za tym przyjęto następujące kryterium oceny odporności ziarna w wyniku suszenia:

*Odporność pojedynczego ziarna jest tym wyżej oceniana,
im ziarno to uległo mniejszej destrukcji, czyli mniejszej degradacji
w przyjętej klasyfikacji.*

Jako podstawową miarę oceny odporności każdego ziarna przyjęto odpowiednio ważony spadek o określoną liczbę klas w ustalonej klasyfikacji. Najwyżej oceniana jest odporność tych ziaren, które w wyniku badanego procesu nie zmieniły swej pierwotnej klasy. Niżej oceniana jest odporność ziaren, które wprawdzie uległy degradacji, lecz przeszły w klasyfikacji zaledwie o jedną klasę niżej itd. Najniższą ocenę otrzymują ziarna, które spadły w klasyfikacji o trzy klasy niżej. Mogą ją otrzymać ziarna, które należały pierwotnie do najwyższej klasy jakości.

Ocena zmian elementów próbki kojarzy się z oceną samych elementów w wyniku zastosowanego czynnika destrukcyjnego. Przy takim rozumieniu, na dalszy plan schodzi ich jakość wynikająca z przynależności do określonej klasy (gdyż ta właśnie może ulec zmianie). Staje się ważne to, czy dany element był odporny na działanie owego czynnika, gdyż nie zmienił swej klasy jakości, czy też był w jakimś stopniu (a jeśli tak, to w jakim?) mniej odporny, gdyż uległ on destrukcji pod wpływem jego działania.

5.3.6. Wskaźnik odporności ziaren i jego własności

Wskaźnik odporności próbki ziaren na pękanie (GRI) zdefiniowano wzorem (1). *GRI* jest zatem liniową funkcją częstości względnych p_{ij} tablicy przejścia, której współczynniki są wagi w_{ij} . Jeśli wagi w_{ij} określone są wzorem (2), wówczas:

$$GRI = \sum_{i,j} 2^{k-1-(j-i)} p_{ij}, \quad (7)$$

gdzie p_{ij} są częstościami względnymi (wyrażonymi względem liczebności próbki) tablicy przejścia, a sumowanie przebiega po wszystkich wskaźnikach $i = 1, \dots, k$ oraz $j = i, \dots, k$, zaś k jest liczbą klas w przyjętej klasyfikacji ziaren. Wskaźnik *GRI* można zdefiniować za pomocą wzoru (1) przyjmując inne kryterium odporności ziaren, a więc inny układ wag w_{ij} niż proponowany. Jest to przydatne, gdy wagi przypisane częstościom tablicy przejścia są znacznie zróżnicowane, jak to ma miejsce np. w przypadku układu wag w tabeli 3b.

Jak wspomniano, dla czterech klas jakości przyjęty we wzorze (7) układ wag jest identyczny z układem wag w tabeli 3a. Wagi te na kolejnych przekątnych mają jednakowe wartości: 8, 4, 2, 1. Wskaźnik *GRI* można więc obliczyć prościej korzystając z rozkładu **diag** = [d_0, d_1, d_2, d_3]. Dla rozpatrywanego przykładu wskaźnik odporności próbki ziaren wyraża się wzorem:

$$GRI = 8 d_0 + 4 d_1 + 2 d_2 + d_3. \quad (8)$$

Skalą wskaźnika odporności dla próbek ziarna klasyfikowanych w czterech klasach jakości są liczby rzeczywiste z przedziału od 1 do 8.

Sposób zdefiniowania wskaźnika GRI zapewnia addytywność miary odporności wszystkich elementów próbki. Odporność na pękanie pojedynczego ziarna określono poprzez liczbę klas jakości o jaką ono przeszło do niższej klasy. Stąd suma miar odporności wszystkich ziaren należących do ustalonej klasy jakości na wejściu jest miarą odporności tej klasy i z kolei, suma miar odporności wszystkich klas jest miarą odporności badanej próbki ziaren. Dzięki temu, sumowanie iloczynów częstości i wag według wzoru (7) można przeprowadzić osobno dla każdej z kolumn tablicy przejścia. Otrzymane w ten sposób sumy iloczynów: GRI_A , GRI_B , GRI_C , GRI_D są wskaźnikami odporności każdej z klas ziaren, a ich suma jest równa GRI , czyli jest wskaźnikiem odporności dla całej próbki ziaren. Zmiana granic klas (przy ustalonej ich liczbie) może mieć wpływ na zmianę wskaźników odporności tych klas, a tym samym na wskaźnik odporności dla całej próbki materiału.

Uwaga praktyczna: Przy obliczaniu wskaźnika odporności korzystniej jest najpierw znaleźć sumę iloczynów liczebności tablicy przejścia i odpowiadających im wag, a następnie obliczoną wartość podzielić przez wielkość próby N . Dzięki temu unika się kumulacji błędów zaokrągleń.

5.3.7. Przedział zmian odporności

Dla zadanej pary rozkładów częstości ziaren na wejściu i na wyjściu można zbudować na ogół bardzo wiele różnych tablic przejścia. Są to tzw. dopuszczalne tablice przejścia. Warunkiem ich dopuszczalności jest to, aby częstości tych tablic bilansowały się w obu kierunkach, tzn. aby sumy kolumn dawały częstości rozkładu wejściowego, a sumy wierszy – częstości rozkładu wyjściowego. Jedną z tych tablic jest tablica przejścia otrzymana w wyniku eksperymentu (por. Rozdz. 5.3.3.) Korzystając z przyjętych wag, dla każdej dopuszczalnej tablicy przejścia można obliczyć wartość GRI , na ogół różną dla każdej tablicy. Zwykle wśród nich istnieje wskaźnik o największej wartości (GRI_{max}) i o najmniejszej wartości (GRI_{min}). Największy wskaźnik odpowiada tablicy przejścia T_{max} – najbardziej korzystnej z punktu widzenia przyjętego kryterium, a najmniejszy wskaźnik odpowiada tablicy przejścia T_{min} – najmniej korzystnej z punktu widzenia tegoż kryterium. Tablice te nazwano *ekstremalnymi tablicami przejścia*,

a odpowiadające im wartości wskaźnika GRI – *ekstremalnymi wskaźnikami odporności*.

Dzięki temu, że wskaźnik odporności próbki materiału przy wybranych wagach w_{ij} zdefiniowano jako liniową funkcję częstości tablicy przejścia (wzór (7)), ekstremalne tablice przejścia można znajdować przy pomocy algorytmu simpleks programowania liniowego. Rolę funkcji celu pełni wskaźnik GRI , natomiast jej liniowe ograniczenia wynikają z więzów, które narzucają częstości rozkładów na wejściu i na wyjściu (Rozdz. 4.8.1.). Jako rozwiązania zadania programowania liniowego otrzymuje się częstości poszukiwanych tablic przejścia (T_{max} i T_{min}) oraz maksymalną (GRI_{max}) i minimalną (GRI_{min}) wartość funkcji celu. Ekstremalne tablice przejścia można znajdować również przy pomocy innych metod, np. przy pomocy algorytmu ZZ, opisanego w Rozdz. 4.8.2. W tym przypadku, dla dalszych analiz niezbędne jest obliczenie na ich podstawie ekstremalnych wartości wskaźnika odporności, GRI_{max} i GRI_{min} .

Wartość GRI_{test} , obliczona na podstawie tablicy przejścia T_{test} , leży w przedziale $GRI_{min}; GRI_{max}$, który nazwano *przedziałem zmian odporności próbki ziaren* (w skrócie: *przedziałem odporności*). Wielkości GRI_{min} i GRI_{max} wskazują w jakich granicach mogą zmieniać się wartości wskaźnika GRI dla próbek o tej samej parze rozkładów częstości ziaren w klasach jakości na wejściu i na wyjściu. Natomiast długość przedziału odporności: $GRI = GRI_{max} - GRI_{min}$ nazwano *bezwzględnym zakresem zmian odporności próbki ziaren*. Im mniejszy jest ten zakres, tym korzystniej świadczy o jakości materiału.

5.3.8. Wskaźniki pomocnicze

Wskaźniki pomocnicze, służące do względnej oceny zmian odporności ziaren mają postać, interpretację i własności takie jak te, które zdefiniowano w Rozdz. 4.11.

Wskaźnik **GRI** – względny zakres zmian odporności; jest miarą długości przedziału odporności względem wskaźnika odporności GRI_{test} . Jest to miara zmienności. Im mniejszy jest ten wskaźnik, tym bardziej korzystnie świadczy o zakresie możliwych zmian GRI_{test} , czyli o zmianach odporności ziaren.

Wskaźnik **$qGRI$** . Jest to wskaźnik jakości zmian odporności ziaren. Wskaźnik ten określa położenie GRI_{test} w przedziale $GRI_{min}; GRI_{max}$. Im większa jest wartość $qGRI$ (bliższa 100%), tym bardziej korzystnie świadczy o położeniu GRI_{test} w przedziale odporności.

Tabela 11. Oceny stanu pęknięć wewnętrznych pierwszych 12 ziaren przed ich nawilżeniem (Su), po nawilżeniu (S0) i po kolejnych dobach suszenia (S1, S2, ..., S5); w lewej części każdej kolumny podano wskaźniki uszkodzeń *IS*, a w prawej – odpowiadające im symbole klas jakości

Table 11. Assessment of internal cracking of the first 12 kernels before their moistening (Su), after moistening (S0) and after consecutive days of drying (S1, S2, ..., S5); left side of each column shows damage indices *IS*, and the right – respective symbols of quality classes

Nr ziarna No. of kernel	Su		S0		S1		S2		S3		S4		S5	
1	3	B	1	B	5	C	5	C	6	C	6	C	6	C
2	4	B	3	B	6	C	7	C	7	C	7	C	7	C
3	0	A	0	A	3	B	4	B	4	B	4	B	4	B
4	2	B	0	A	5	C	5	C	5	C	5	C	5	C
5	3	B	0	A	5	C	5	C	5	C	5	C	5	C
6	4	B	0	A	6	C	7	C	7	C	7	C	7	C
7	0	A	0	A	1	B	1	B	1	B	1	B	1	B
8	0	A	0	A	3	B	3	B	3	B	3	B	3	B
9	0	A	0	A	5	C	6	C	6	C	6	C	6	C
10	0	A	0	A	3	B	3	B	4	B	4	B	4	B
11	0	A	0	A	6	C	6	C	6	C	6	C	6	C
12	0	A	0	A	4	B	4	B	4	B	4	B	4	B

5.4. Wyniki badań

5.4.1. Przygotowanie danych i analizy wstępne

Klasyfikacja ziaren

Bezpośrednie wyniki oceny stanu pęknięć wewnętrznych w ziarnach (wskaźniki *IS*) wraz z ich klasyfikacją zestawiono w odpowiednim zbiorze danych. Jego fragment (dla pierwszych 12 ziaren) przedstawia tabela 11.

Analizując kolumny Su i S0 można zauważyć, że w wyniku nawilżania wystąpiły dość częste przypadki zaniku pęknięć. Jest to jednak zjawisko pozorne. Milner i Shellenberger [40] podają, że rentgenograficzna wizualizacja pęknięć jest możliwa wtedy, gdy ich szerokość jest większa niż ok. 2% średnicy ziarna. W przeprowadzonym doświadczeniu średnie wymiary ziaren, w zależności od ich wilgotności, wahały się w następujących granicach: długość 6,18-6,90 mm,

szerokość 3,67-4,30 mm, grubość 3,19-3,33 mm. Na ekranie komputera na tle bielma już wyraźnie widoczne były cienie pochodzące od pęknięć wewnętrznych o szerokości ok. 0,12 mm, co potwierdza spostrzeżenie Milnera i Shellenbergera. Zatem pozorny zanik pęknięć w miejscach, w których były one wcześniej widoczne, wynika prawdopodobnie z faktu, że wskutek nawilżenia ziaren, a więc i wzrostu ich wymiarów, ta sama szczelina o szerokości 0,12 mm w ziarnie nawilżonym nie spełniała już wymaganego warunku wizualizacji. Ponadto działające w ziarnach naprężenia (efekt gradientów wilgoci) mogły spowodować zaciśnięcie szczelin.

1

Rozkłady częstości ziaren na wejściu i na wyjściu

Rozkłady częstości wszystkich 120 ziaren w klasach A, B, C, D przed i po nawilżaniu oraz po kolejnych okresach suszenia ($t = 1, 2, \dots, 5$ dni) przedstawia rys. 8. Rozkład częstości ziaren w przyjętych klasach jakości uległ wyraźnej zmianie po nawilżaniu a następnie po pierwszym dniu suszenia. Po trzech dniach w poszczególnych klasach występowały już tylko niewielkie zmiany częstości –

rozkłady te zaczęły się stabilizować. Sugeruje to stosunkowo szybkie zakończenie procesu pęknięcia ziaren.

Badanie kierunku zmian jakości

Tabela 12. Częstości szeregów kumulacyjnych (Cum) (%) dla przyjętej klasyfikacji ziaren przed ich nawilżeniem (Su), po nawilżeniu (S0), po każdej dobie suszenia (S1, ..., S5) oraz różnice tych częstości (%) w odniesieniu do stanu przed lub po nawilżeniu ziaren

Table 12. Frequencies of cumulative series (Cum) (%) for the adopted classifications of kernels before moistening (Su), after moistening (S0) and after consecutive days of drying (S1, ..., S5) and differences of these frequencies related to the state from before and after moistening

	Klasy uszkodzeń/ Damage classes			
	A	B	C	D
Cum(S0)	88,3	100,0	100,0	100,0
Cum(S1)	1,7	71,7	99,2	100,0
Cum(S0)-Cum(S1)	86,7	28,3	0,8	0
Cum(S2)	0,8	70,0	99,2	100,0
Cum(S0)-Cum(S2)	87,5	30,0	0,8	0
Cum(S3)	0	67,5	99,2	100,0
Cum(S0)-Cum(S3)	88,3	32,5	0,8	0
Cum(S4)	0	66,7	99,2	100,0
Cum(S0)-Cum(S4)	88,3	33,3	0,8	0
Cum(S5)	0	64,2	99,2	100,0
Cum(S0)-Cum(S5)	88,3	35,8	0,8	0
Cum(Su)	49,2	99,2	100,0	100,0
Cum(Su) - Cum(S0)	-39,1	-0,8	0	0
Cum(Su) - Cum(S1)	47,5	27,5	0,8	0
Cum(Su) - Cum(S5)	49,2	35,0	0,8	0

Dla kompletności przykładu dokonano formalnego sprawdzenia, czy zmiany stanu uszkodzeń badanej próbki ziaren po każdym okresie suszenia są zmianami jednokierunkowymi o charakterze destrukcyjnym. W tym celu sporządzono szeregi kumulacyjne rozkładów częstości (wejściowego oraz kolejnych wyjściowych) i obliczono różnice odpowiadających sobie częstości skumulowanych. Wyniki tych analiz zestawiono w tabeli 12. Wszystkie różnice częstości (poza ostatnią, równą zero) są dodatnie, co dowodzi, że istotnie, zmiany stanu pęknięć ziarna podczas ich suszenia podlegają założonemu kierunkowi zmian. Największa różnica częstości skumulowanych osiągnęła wartość 88,3% po trzech dobach i po następnych już nie uległa zmianie. Jest to dolna ocena odsetka ziaren, które uległy degradacji.

W czwartym wierszu od dołu (tab. 12) zamieszczono częstości szeregu kumulacyjnego dla ziaren w stanie suchym (przed ich nawilżeniem), a w trzech następnych wierszach – różnice obliczone dla stanów po nawilżeniu, po jednym i po pięciu dniach suszenia. Różnice w dwu ostatnich wierszach są dodatnie, zatem stan pęknięć ziaren w kolejnych okresach suszenia formalnie można byłoby porównywać z ich stanem przed nawilżeniem. Natomiast przejście ziaren ze stanu suchego (S_u) do stanu po nawilżeniu (S_0) musiało mieć charakter zmian o przeciwnym kierunku lub zmian dwukierunkowych, na co wskazują ujemne różnice częstości ich szeregów kumulacyjnych. Świadczy to o tym, że zjawisko pozornego zaniku pęknięć wystąpiło co najmniej u 39,1% nawilżonych ziaren.

5.4.2. Tablice przejścia

Dla każdego z pięciu analizowanych okresów suszenia (S_0 – S_i , gdzie $i = 1, 2, \dots, 5$) zbudowano tablice przejścia T_{test} . W tabeli 13 przedstawiono przykłady tablic przejścia, w których na wejściu znajdują się dane dotyczące stanu ziaren po nawilżeniu (S_0), a na wyjściu – po jednym (S_1) i po pięciu (S_5) dniach suszenia. Po nawilżeniu wszystkie ziarna sklasyfikowano tylko w dwu klasach – A i B. Były to ziarna bez widocznych pęknięć i ziarna mało popękane. Po jednym dniu suszenia, spośród 106 ziaren bez widocznych pęknięć (88,3% liczebności próbki), zaledwie dwa z nich pozostały w tej samej klasie, czyli okazały się odporne na dalsze pęknięcie (1,7% próbki). Reszta ziaren popękała, z czego 78 ziaren przeszło do klasy B, bezpośrednio niższej (65% próbki), a pozostałe 26 ziaren przeszło do klasy C – ziaren średnio popękanych (21,7% próbki). Do klasy D (ziaren najbardziej popękanych) nie przeszło żadne ziarno będące pierwotnie w klasie A – nawet po 5 dniach suszenia. Po pięciu dniach w klasie A nie pozostało już żadne ziarno – pęknięcia pojawiły się u wszystkich ziaren tej klasy.

W rozpatrywanym przykładzie ziarna będące na wejściu w klasie A odgrywają szczególną rolę. Na podstawie liczebności zapisanych w pierwszej kolumnie można np. oszacować jaki rozkład częstości miałyby po suszeniu próbka ziaren, u których po nawilżeniu nie stwierdzono żadnych pęknięć. W tym celu potraktowano liczebność tej klasy jako liczebność takiej właśnie próbki (zerowej) i częstości na wyjściu obliczono względem niej. Tak więc, próbka nawilżonych ziaren, w których nie stwierdzono pęknięć, po pięciu dniach suszenia miałyby następujący rozkład częstości: w klasie A – 0%, w klasie B – 67%, w klasie C – 33%, w klasie D – 0%.

Ziarna klasy B w całym procesie suszenia zachowywały się identycznie. Były one bardziej odporne, gdyż spośród 14 ziaren tej klasy (11,7% liczebności próby), 6 z nich (5% próby) nadal pozostało w tej klasie, 7 przeszło do klasy

Tabela 13. Tablice przejścia T_{test} – a - po 1 i b - po 5 dniach suszenia ziaren**Table 13.** Transition tables T_{test} – a - after 1 and b - after 5 days of drying of kernels

a	A	B	C	D	←Wejście Input ↓ Wyjście Output
	106	14	0	0	
	2	-	-	-	A 2
	78	6	-	-	B 84
	26	7	0	-	C 33
	0	1	0	0	D 1
b	A	B	C	D	←Wejście Input ↓ Wyjście Output
	106	14	0	0	
	0	-	-	-	A 0
	71	6	-	-	B 77
	35	7	0	-	C 42
	0	1	0	0	D 1

A, B, C, D – symbole klas jakości ziaren / A, B, C, D – symbols of quality classes of grains.

bezpośrednio niższej (5,8%), a tylko jedno ziarno (niespełna 1% próby) przeszło do klasy ziaren najbardziej popękanych.

Analogiczne wnioskowanie można przeprowadzać względem klas na wyjściu – analizując udziały klas wejściowych w klasach na wyjściu lub ich wkłady do tych klas. W tego rodzaju wnioskowaniu najbardziej interesująca jest analiza

częstości ostatniej, jakościowo najgorszej klasy ziaren. W rozpatrywanym przykładzie klasa D na wyjściu ma znikomą częstość (0,8% ogółu analizowanych ziaren), nie jest więc reprezentatywna dla tego rodzaju analiz.

Suma elementów głównej przekątnej tablicy przejścia jest częstością ziaren w pełni odpornych, czyli tych, które nie uległy dalszej degradacji. Po jednym dniu suszenia ziaren takich było zaledwie 8 (6,7% analizowanego zbioru ziaren), a po pięciu dniach suszenia – tylko 6, czyli 5% ziaren. Zatem w rozpatrywanym procesie suszenia tylko niewielki odsetek ziaren nie uległ degradacji. Największa ich część uległa degradacji już w ciągu pierwszej doby suszenia. Zmiany w następnych okresach były już nieznaczne i odbywały się kosztem tych ziaren, które pierwotnie należały do klasy A.

5.4.3. Analiza rozkładów częstości diagonalnych

W tabeli 14 zamieszczono rozkłady częstości diagonalnych (wyrażone w procentach) dla kolejnych okresów suszenia. O odporności próbki materiału na pękanie w procesie suszenia decyduje w pierwszym rzędzie częstość d_0 . Jej wartości były niewielkie i malały. Po trzech dniach suszenia ustabilizowały się na poziomie 5%. W opisywanym procesie największe wartości (od 70,8% do 65,0%) przyjmowała częstość d_1 , czyli częstość ziaren, które wskutek suszenia przeszły o jedną klasę niżej. W trakcie suszenia jej wartości sukcesywnie malały – kosztem wzrostu częstości d_2 (od 22,5% do 30,0%). Częstości d_3 od początku do końca były zerami.

W dwóch ostatnich wierszach zamieszczono rozkłady częstości diagonalnych dla przejść między stanem pęknięć w ziarnach przed nawilżeniem i odpowiednio – po jednym i po pięciu dniach suszenia. Na podstawie tych częstości również jest widoczny spadek odporności ziaren w miarę upływu czasu suszenia.

W przedostatniej kolumnie podano częstości ziaren, które okazały się podatne na pękanie, czyli tych, które uległy degradacji bez względu na jej zasięg. Ostatnia kolumna zawiera wskaźniki odporności próbki ziaren (GRI_{test}), obliczone przy pomocy wzoru (8). Następował monotoniczny spadek ich wartości w procesie suszenia. Z przedstawionej tabeli wynika, że obie miary odporności ziaren: zespolowa (rozkład częstości **diag**) i punktowa (GRI_{test}) są zgodne.

Tabela 14. Rozkłady częstości diagonalnych [d_0, d_1, d_2, d_3], częstości ziaren podatnych ($100-d_0$) i wskaźniki odporności (GRI_{test}) analizowanej próbki ziaren między wybranymi momentami eksperymentu

Table 14. Distribution of diagonal frequencies [d_0, d_1, d_2, d_3], frequencies of susceptible kernels ($100-d_0$) and resistance indices (GRI_{test}) of the analysed sample of grain between selected stages of experiment

Przejście Transition	Częstości rozkładu diagonalnego Diagonal distribution frequencies (%)				$100-d_0$ (%)	$GRI_{test}(-)$
	d_0	d_1	d_2	d_3		
S0→S1	6,7	70,8	22,5	0	93,3	3,82
S0→S2	5,8	70,0	24,2	0	94,2	3,75
S0→S3	5,0	68,3	26,7	0	95,0	3,67
S0→S4	5,0	67,5	27,5	0	95,0	3,65
S0→S5	5,0	65,0	30,0	0	95,0	3,60
Su→S1	33,3	57,5	9,2	0	66,7	5,15
Su→S5	27,5	60,0	12,5	0	72,5	4,85

Su – ziarna suche (przed nawilżaniem); S0 – ziarna po nawilżaniu; Si ($i = 1, 2, \dots, 5$) – ziarna po i dobach suszenia

Su – dry kernels (before moistening); S0 – kernels after moistening; Si ($i = 1, 2, \dots, 5$) – kernels after i days of drying

Tabela 15. Faktyczne (a) i oszacowane odsetki ziaren podatnych na dalsze pękanie między wybranymi stanami doświadczenia – na podstawie rozkładów częstości wejścia i wyjścia (b) oraz ekstremalnych tablic przejścia (c)

Table 15. Real (a) and estimated percentage of kernels susceptible to further cracking between selected stages of experiment on the basis of the input and output frequencies (b) and extreme transition tables (c)

Przejście Transition	a	b		c	
		min	max	min	max
S0→S1	93,3	86,7	98,3	86,7	98,3
S0→S2	94,2	87,5	99,2	87,5	99,2
S0→S3	95,0	88,3	100,0	88,3	100,0
S0→S4	95,0	88,3	100,0	88,3	100,0
S0→S5	95,0	88,3	100,0	88,3	100,0
Su→S1	66,7	47,5	98,3	47,5	75,8
Su→S5	72,5	49,2	100,0	49,2	85,0

Oznaczenia jak w tab. 14 / Denotations as to table 14

5.4.4. Przedziały oszacowań częstości ziaren podatnych na pękanie

Dla wybranych okresów doświadczenia w tabeli 15 zestawiono faktyczne odsetki ziaren podatnych na pękanie (wyliczone z tablic przejścia T_{test}) oraz ich oszacowania, wyznaczone oboma sposobami opisanymi w Rozdz. 4.12.

W przypadku okresów S_0 S_i ($i= 1, 2, \dots, 5$) oba sposoby szacowania odsetka ziaren podatnych na pękanie dały identyczne rezultaty. Prawdopodobnie wynika to z faktu, że dla tych okresów rozkłady częstości na wejściu i na wyjściu są zredukowane. W przypadku przejść S_u S_1 i S_u S_5 krótsze (a więc lepsze) przedziały oszacowań otrzymano przy wykorzystaniu tablic przejścia. Przedziały oszacowań odsetka ziaren podatnych na pękanie dla procesu suszenia są bardzo krótkie i mają niemalże jednakowe długości (11,6 -11,7%), co świadczy o dużej stabilności materiału w trakcie suszenia.

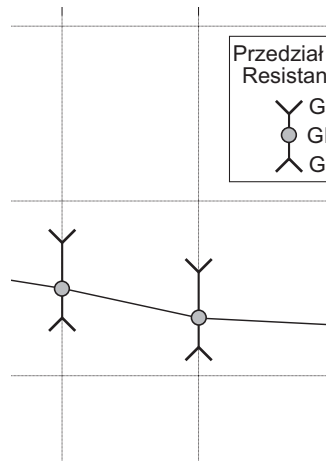
5.4.5. Zmiany wskaźników odporności klas ziaren w procesie suszenia

Analizę wskaźników odporności dla ziaren poszczególnych klas jakości (względem rozkładu na wejściu) można przeprowadzić dla klas A i B, gdyż po nawilżeniu wystąpiły tylko te dwie klasy ziaren. W trakcie suszenia wskaźnik odporności ziaren klasy B był stały i wynosił $GRI_B = 0,65$. Zatem zmiany odporności badanej próbki były zdeterminowane odpornością ziaren klasy A.

Niech $GRI_A(t)$ oznacza wartość wskaźnika odporności klasy A po kolejnych t dniach suszenia ($t=1, 2, \dots, 5$). Wskaźnik ten bardzo powoli spadał: $GRI_A(1)=3,17$; $GRI_A(2)=3,10$; $GRI_A(3)=3,02$; $GRI_A(4)=3,00$; $GRI_A(5)=2,95$. Dla oceny tempa spadku odporności obliczono następujące stosunki:

$$v(t)=(GRI_A(1) - GRI_A(t))/ t.$$

Otrzymane wartości $v(t)$ dla $t=2, 3, 4, 5$ dni są równe 0,03, 0,05, 0,04, 0,04. Świadczą one o bardzo powolnym i niemalże stałym tempie spadku odporności w analizowanym procesie suszenia. Jeśli przyjąć, że takie samo średnie tempo spadku odporności $\bar{v}(t) = 0,04$ utrzymywałoby się jeszcze przez kilka następnych dni, to np. po 10 dniach spadek wskaźnika odporności wyniósłby 0,4. Wtedy wskaźnik odporności ziaren dla klasy A byłby równy ok. 2,77. Byłby zatem znacznie większy od 1 (minimalna wartość GRI dla całej próbki ziaren). Nie wdając się w dyskusję co do zasadności przyjętego założenia, a zatem i co do dokładności przewidywanego wyniku, można przypuszczać, że proces pękania ziaren nie zakończyłby się po 5 dniach, lecz trwałby prawdopodobnie jeszcze długo.



5.4.6. Przedziały zmian odporności próbki ziaren w procesie suszenia

Na rys. 9 przedstawiono przedziały zmian odporności ziaren po kolejnych okresach suszenia wraz z wartościami GRI_{test} (połączono je dla uwidocznienia charakteru zmian). Wszystkie przedziały odporności częściowo pokrywają się. Zgodnie z określeniem przyjętym w Rozdz. 4.10, badana próbka ziaren charakteryzowała się zatem bliskimi zakresami zmian jakości w całym procesie suszenia. Ponadto przedziały te są stosunkowo krótkie. Świadczy to o zachowaniu dużej stabilności materiału w rozpatrywanym procesie i oznacza, że odporność ziaren w trakcie suszenia ulegała tylko niewielkim wahaniom i to o stałym zakresie, gdyż długość przedziałów odporności jest stała, wynosi 0,24. Również

wartość GRI_{test} w każdym okresie suszenia ($t = 1, 2, \dots, 5$ dni) znajduje się stale o 0,10 powyżej GRI_{min} .

5.4.7. Wskaźniki pomocnicze

Względny zakres zmian odporności (GRI) w kolejnych okresach suszenia przyjmował następujące wartości: 6,3; 6,4; 6,6; 6,6; 6,7 (%). Wartości te wskazują na to, że względne zmiany odporności ziaren w trakcie analizowanego procesu należy ocenić wysoko. Niewielki wzrost tego wskaźnika świadczy o nieznacznym pogarszaniu się stabilności procesu. Jest to zrozumiałe, zważywszy, że

$GRI = \text{const.}$ w całym procesie suszenia, a spadek GRI_{test} był niewielki. Wskaźnik jakości zmian ($qGRI$) w trakcie całego procesu miał stałą wartość 41,4%. Zatem zmiany jakości, jakie zachodziły w procesie, plasowały się stale w pobliżu środka przedziału zmian odporności, z małym odchyleniem ku zmianom mniej korzystnym.

5.5. Podsumowanie wyników

Przedstawiona metoda analizy zmian odporności ziaren na pękanie z zastosowaniem tablic przejścia okazała się użytecznym narzędziem, pozwalającym wszechstronnie ocenić zmiany stanu pęknięć wewnętrznych ziaren zachodzące w trakcie rozpatrywanego, przykładowego procesu ich suszenia. Charakterystyczne cechy tych zmian zostały wychwycone i opisane liczbowo. Stwierdzono, że większość zmian jakości, jakim uległa próbka, nastąpiła w pierwszej dobie suszenia, a w kolejnych okresach zmiany miały już bardzo spokojny przebieg, przynosiły niewielkie pogorszenie jakości ziaren. Obliczone wskaźniki odporności względem stanu pęknięć po nawilżeniu były rzędu 3,6–3,8, co wskazuje, że odporność ziaren względem przyjętej skali wskaźnika odporności 1 ; 8 należy ocenić jako mniej niż przeciętną. Jednocześnie wskaźnik GRI okazał się bardzo czułą miarą odporności, gdyż pozwolił zaobserwować nawet niewielkie jej spadki w kolejnych okresach suszenia. Pewne szczegółowe wyniki trudno jednak interpretować nie mając odniesienia do innych procesów suszenia. Chodzi tu m. in. o stałą długość znalezionych przedziałów zmian odporności oraz stałość wskaźnika jakości zmian. Krótkie przedziały zmian odporności, czyli możliwe zakresy wskaźnika odporności pokazują, że ten sposób suszenia cechowała niewielka dynamika zmian odporności – proces pękania ziaren charakteryzował się zmianami o bardzo małych wahaniami, był stabilny. Stwierdzono nieznaczný trend do wyhamowania procesu pękania ziaren począwszy od trzeciej doby suszenia. Kumulacyjny charakter analizy zmian

odporności wskazuje, że proces pęknięcia ziaren prawdopodobnie trwałby jeszcze długo, mimo osiągnięcia i ustabilizowania się równoważnej wilgotności ziarna.

Widoczne są możliwości zastosowania proponowanej metody przy klasyfikacji jakościowej ziarna lub jego produktów, czy też przy ustalaniu dla nich kryteriów cenowych. Powszechność problematyki odporności na działanie różnorodnych czynników jest szansą zastosowań opracowanej metody w odniesieniu do wielu materiałów rolniczych.

Adaptacja przedstawionej metody do oceny zmian jakości konkretnego materiału będzie wymagać dodatkowych badań i w oparciu o nie podjęcia szeregu decyzji. Pewne spostrzeżenia i wnioski nasuwają się na podstawie analizy opisanego przykładu. Dotyczą one liczebności analizowanej próbki materiału, liczby klas i granic klas. Chociaż opracowana metoda nie nakłada w tym względzie żadnych restrykcji, to jest oczywiste, że mają one wpływ na wartości otrzymanych ocen. Najwięcej problemów wynika z samej natury rozpatrywanego zagadnienia. Nie można więc wykluczyć, że zmianom jakości materiału mogą towarzyszyć istotne zmiany rozkładu badanej cechy. Zmiany takie wystąpiły właśnie w przedstawionym przykładzie.

Z przyczyn obiektywnych bardzo często wynika konieczność operowania próbkami o małej liczebności: potrzeba wykonania pomiarów w ściśle określonym czasie, wysoki koszt pomiarów, znikoma populacja materiału. Jednak eksperymentator chciałby przynajmniej wiedzieć jak liczna powinna być próbka materiału, która ma podlegać ocenie zmian jakości, aby otrzymane wyniki były wiarygodne.

Szacowanie liczebności próbki wykonywane jest w kontekście konkretnego testu statystycznego, na podstawie którego weryfikowane będą pewne hipotezy statystyczne. Można tego dokonać, o ile mierzona cecha podlega określonemu rozkładowi. Do tego celu wykorzystywane są często wyniki wstępnych badań, przeprowadzone nawet na niezbyt licznej próbce. W przypadku cechy podlegającej rozkładowi normalnemu, korzystając z ocen średniej i wariancji, przyjmując wybrany poziom istotności i ryzyka błędu, otrzymuje się wymaganą liczebność próbki. Do czasu konkretnych rozstrzygnięć, dla zaproponowanej metody można posługiwać się tego rodzaju metodą szacowania wielkości próbki. Niekiedy jednak może być możliwe wykonanie wstępnych pomiarów tylko dla próbki wejściowej, przed eksperymentem polegającym na badaniu zmian jakości. Jeśli skutek zmian jakości typ rozkładu ulegnie zmianie, to tak oszacowana liczebność próbki może okazać się niewystarczająca. Wielkość próbki ziaren wykorzystanych w przedstawionym przykładzie szacowana była do innego celu

niż ocena zmian jakości w rozpatrywanym rozumieniu i dla tamtego celu oszacowana liczebność była wystarczająca.

Dla porównania wyników uzyskanych na podstawie próbki 120 ziaren, wykonano analizy symulacyjne, polegające na ocenie zmian jakości próbek o mniejszych liczebnościach – 2x60, 3x40, 4x30 i 5x24 ziarna. Okazało się, że próbki 30- i 24-elementowe są już niewystarczające, gdyż otrzymywano dla nich przedziały odporności o odległych zakresach. Nie mniej jednak średni wskaźnik odporności, obliczony na podstawie wskaźników odporności próbek częściowych, jest wskaźnikiem odporności dla całej, 120 elementowej próbki ziaren. To samo dotyczy krańców przedziałów odporności. Wynika to z addytywności wskaźnika.

Podobne problemy wynikają z podziału materiału na klasy jakości. Można np. próbować tak podzielić materiał wejściowy na ustaloną liczbę klas, aby uzyskać maksymalne zróżnicowanie wariancji cechy między klasami, a najmniejsze wewnątrz klas. Jednak skutek zmian jakości rozkład częstości na wyjściu może zatracić tę właściwość.

Każdy podział na klasy jakości wprowadza pewną dozę subiektywizmu, szczególnie podział na klasy o różnych szerokościach. Taki podział zależy bardzo często od tego, co się chce zaakcentować w związku z nim, jakie dodatkowe aspekty chce się uwypuklić w klasyfikowanym materiale. Ten punkt widzenia zależy od oceniającego. Jeśli ustaloną klasyfikację będzie się stosować konsekwentnie, to wnioski o zmianach jakości materiału będą zgodne.

Przy klasyfikowaniu cechy ciągłej wydaje się bardziej celowe ustanowienie podziału na klasy o równych szerokościach. I tu, podobnie jak poprzednio, posługiwanie się zasadami obowiązującymi przy konstrukcji szeregów rozdzielczych może okazać się skuteczne jedynie w odniesieniu do klasyfikacji materiału na wejściu.

Porównywanie wskaźników zmian jakości różnych próbek materiału (lub tej samej próbki w trakcie badanego procesu) za pomocą istniejących testów nie powinno nastroczać trudności, gdyż z definicji są to średnie ważone, mają zatem rozkład zbliżony do rozkładu normalnego. Większym problemem jest ocena istotności zaistniałych zmian za pomocą dostępnych testów. Zastosowanie testu χ^2 nakłada wymóg, aby oczekiwane liczebności podklas były nie mniejsze niż 5 (lub 3). Tymczasem, jak pokazuje przytoczony przykład, występują nie tylko podklasy, ale i klasy (na wejściu lub na wyjściu) o zerowych liczebnościach. W tym przypadku można sugerować zastosowanie nieparametrycznego testu Kołmogorowa-Smirnowa. Jest to jednak test zastępczy, gdyż nie wykorzystuje znalezionej wskaźnika zmian jakości.

6. ANALIZA TRWAŁOŚCI AGREGATÓW GLEBOWYCH

6.1. Agregaty glebowe, ich trwałość i wskaźniki służące do jej opisu

Warstwa orna gleby, czyli tzw. rola jest najbardziej istotna dla wzrostu, rozwoju i plonowania roślin uprawnych. Od warstw zalegających głębiej różni się ona odmienną budową, a więc i odmiennymi właściwościami fizycznymi, chemicznymi i biologicznymi. Ta odmienność budowy różnych warstw gleby wyraża się głównie poprzez specyficzną strukturę i teksturę, czyli skład i wzajemne, przestrzenne usytuowanie jej składników. W glebach mineralnych składnikami tymi są tzw. *agregaty glebowe*, inaczej nazywane *zlepkami* lub *gruzelkami*. Są to twory glebowe o bardzo zróżnicowanej wielkości i kształcie. W warstwie uprawnej najbardziej korzystna dla roślin jest struktura gruzelkowata, o zlepkach charakteryzujących się zbliżonymi wymiarami podstawowymi – długością, szerokością i grubością. Każdy agregat, niezależnie od wielkości, składa się z drobniejszych cząstek glebowych i właśnie tym różni się od tzw. *cząstek elementarnych*, które są mniejszym lub większym niepodzielnym okruchem, będącym produktem wietrzenia skały. Struktura i tekstura gleby, czyli tzw. geometria jej fazy stałej, mają podstawowe znaczenie dla stosunków powietrzno- wodnych wszystkich gleb mineralnych i decydują o ich właściwościach mechanicznych [53].

W warunkach naturalnych gleby charakteryzują się swoistą strukturą i teksturą, uwarunkowaną ilością i wielkością cząsteczek elementarnych i agregatów powstałych w wyniku ich połączeń oraz charakterystycznym ułożeniem w przestrzeni. Następuje w niej równoczesny, ciągły proces rozpadu jednych agregatów i tworzenia się innych. Na tworzenie się struktury gleby wpływają bezpośrednio: skład mineralny, rozkład granulometryczny oraz czynniki klimatyczne, które działając stale na dużych przestrzeniach i znacznej głębokości, powodują powstanie struktury o określonym typie ilościowych stosunków między mikroagregatami (agregatami o średnicy $<0,25$ mm) i makroagregatami (od 0,25 do 10 mm) oraz ich charakterystycznym rozkładem w profilu glebowym. Struktura gleby ulega jednak ciągłym zmianom – najbardziej intensywnym na obszarach użytkowanych rolniczo. Dzieje się to pod wpływem prowadzonych zabiegów agrotechnicznych w warstwie przypowierzchniowej. Zabiegi te powodują postaciowe i objętościowe odkształcenia gleby [30,53,85].

Wielkość agregatów glebowych determinuje ich właściwości fizyczne. Odporność agregatów glebowych na działanie różnych czynników określana jest jako ich trwałość lub stabilność. W szczególności tzw. wodoodporność agregatów

jest jedną z ich najistotniejszych cech fizycznych i przyjmowana jest za miarę jakości agregacji gleby. Z tego powodu określanie wodoodporności agregatów jest najczęściej wykonywanym pomiarem struktury gleby [2,4,7,8,12,39,59,63,65,78,79,84,85].

Cechą agregatów, która jest bezpośrednio mierzona w związku z określaniem ich trwałości, jest ich podstawowy wymiar – średnica. Mierzenie średnic polega na *frakcjonowaniu* próbki glebowej o ustalonej masie przy pomocy odpowiednio dobranego zestawu sit. Wprawdzie agregaty glebowe są elementami wyróżnialnymi, to jednak w celu określenia częstości ich występowania w próbce nie podlegają one zliczaniu, lecz ważeniu każdej *frakcji* (klasy) agregatów z osobna. Granice frakcji określają średnice otworów sąsiadujących z sobą sit. Częstością występowania agregatów danej frakcji w próbce glebowej jest więc iloraz masy tych agregatów przez masę próbki. Częstości te wyrażane są zwykle w procentach [8,33,62].

Jak dotychczas, zakres wielkości agregatów, granice frakcji i liczba frakcji nie są wielkościami ustalonymi przez ogólnie przyjęte i obowiązujące normy międzynarodowe. Wielkości te zależą od zasięgu i rozpowszechnienia konkretnych metod, a jest ich niemało.

Jak już wspomniano we wstępie, wskaźniki dotychczas używane do opisywania agregacji gleb i jej zmian pod wpływem działania wody wykazują pewne niedoskonałości. Jedną z najważniejszych jest nie uwzględnianie faktu niezmienności pewnej grupy agregatów, rozpadu innych i ewentualnego sklejania się pozostałych, chociaż samo określenie “wodoodporność” do ich uwzględnienia powinno właśnie obligować. Z tych względów przedstawiony we wstępie cel badań ma uzasadnienie nie tylko w odniesieniu do materiałów pochodzenia roślinnego lecz także do agregatów glebowych.

6.2. Materiał badawczy i metodyka laboratoryjnego oznaczania wodoodporności agregatów glebowych

Prezentację proponowanej metody przedstawiono na przykładzie trzech typów gleb. Uzyskane wyniki umożliwiły porównanie zmian agregacji różnych gleb pod wpływem działania wody, jak i ocenę zastosowanych metod analitycznych oznaczania wodoodporności. Wybrano następujące gleby: czarnoziem leśno-stepowy wytworzony z lessu (*Haplic Phaeozem*), czarną ziemię wytworzoną z gliny piaszczystej lekkiej (*Mollic Gleysol*) oraz rędzinę właściwą wytworzoną z kredy pizającej (*Orthic Rendzina*), których podstawowe właściwości fizyczne i chemiczne przedstawiono w tabelach 16 i 17. Próby glebowe pobrano z warstwy ornej. Po ich wysuszeniu w laboratorium do stanu powietrznie suchego

Tabela 16. Rozkład agregatowy (%) badanych gleb**Table 16.** Distribution of aggregates (%) investigated soils

Gleba Soil	Frakcje agregatów Fraction of aggregates (mm)						
	5	10	3	1 ÷ 3	0,5 ÷ 1	0,25 ÷ 0,5	0 ÷ 0,25
Czarnoziem <i>Haplic Phaeozem</i>	18		10	28	16	10	18
Czarna ziemia <i>Mollic Gleysol</i>	22		10	19	13	17	19
Rędzina <i>Orthic Rendzina</i>	28		11	23	14	11	13

Tabela 17. Podstawowe właściwości badanych gleb**Table 17.** Basic properties of investigated soils

Gleba Soil	Rozkład granulometryczny (%) Granulometric composition (%) (m)			Corg. (%)	CaCO ₃ (%)	pH w KCl pH in KCL	Powierzchnia właściwa (H ₂ O) Specific surface area, (H ₂ O vapour) (m ² ·g ⁻¹)	Gęstość Bulk density (g·cm ⁻³)
	<2	2	5					
			>50					
Czarnoziem <i>Haplic Phaeozem</i>	14	73	13	3,0	0,12	6,8	79	1,15
Czarna ziemia <i>Mollic Gleysol</i>	13	34	53	3,1	0,14	6,5	51	1,34
Rędzina <i>Orthic Rendzina</i>	28	35	37	2,7	18,20	7,0	87	1,20

oznaczono agregację gleb używając standartowej metody przesiewania [74,92]. W celu przeprowadzenia analizy odporności agregatów na działanie wody, podzielono je (za Savinowem [62] i Rewutem [59]) na sześć klas (frakcji). W malejącej kolejności średnic granice klas były następujące (mm):

$$kl_1 = 5; 10), kl_2 = 3; 5), kl_3 = 1; 3), kl_4 = 0,5; 1), kl_5 = 0,25; 0,5), kl_6 = (0; 0,25).$$

(Przeciwny do wielkości średnic kierunek numeracji klas został uzasadniony w Rozdziale 6.3.1.)

Wodoodporność agregatów badanych gleb oznaczono następującymi metodami: deszczowania [14], cykli nawilżania-osuszania [80,81,85] oraz przesiewania w wodzie [8,33,59,63].

Metoda deszczowania

Opad deszczu symulowano nad 25 g, powietrznie suchymi próbkami agregatów każdej frakcji, które umieszczano na górnym sicie ($\phi = 10$ cm) zestawu. Opad o intensywności $30 \text{ mm}\cdot\text{h}^{-1}$ trwał 30 minut. Krople deszczu opadały z wysokości 2 m, a ich przeciętna średnica wynosiła 3,6 mm. Energię kinetyczną opadu oceniono na $15,36 \text{ J}\cdot\text{m}^{-2} \text{ mm}^{-1}$, co w przybliżeniu stanowi 59% wartości naturalnego deszczu o tej samej intensywności. Po deszczowaniu agregaty były zdejmowane z sit, suszone i ważone. Pozostałości agregatów na górnym sicie wskazywały ilość agregatów wodoodpornych, a produkty rozpadu gromadziły się na kolejnych, niższych sitach zestawu.

Metoda cykli nawilżania-osuszania

Powietrznie suche agregaty każdej frakcji umieszczano w cylindrach o pojemności 100 cm^3 ($\phi = 5$ cm, $h = 5$ cm) i zagęszczano przy użyciu wibratora. Następnie agregaty poddano cyklom kolejnego nawilżania i osuszania. Próbkę nawilżano wodą przez 24 godziny w pomieszczeniu termostatowanym przy temperaturze 20°C , następnie osuszano w temperaturze 40°C do stanu powietrznie suchego. Nawilżanie i osuszanie powtarzano cyklicznie (maksymalnie 10 cykli). Po każdym cyklu wybierano losowo 5 próbek i określano ich agregację. Metodę cykli nawilżania-osuszania można stosować zarówno w celu uzyskania produktów rozpadu, jak i sklejaną się agregatów.

Metoda przesiewania w wodzie

Odważone, 25 g porcje powietrznie suchych agregatów badanej frakcji umieszczano w aparacie [80] na górnym sicie zestawu ($\phi = 10$ cm), zalewano wodą, po czym przesiewano przez 30 minut [92]. Po przesiewaniu, pozostałe na sitach agregaty suszono i określano ich udział w stosunku do masy wyjściowej. Agregaty pozostałe na górnym sicie były wodoodporne, natomiast te z niższych sit były produktami rozpadu agregatów nieodpornych na działanie wody [59,62].

6.3. Metodyka analizy trwałości agregatów

W rozdziale tym przedstawiono specyficzne aspekty metodyki analizy trwałości agregatów, wynikające z właściwości badanych obiektów.

Przyjęto, że częstości rozkładów na wejściu (przed działaniem czynnika destrukcyjnego) i na wyjściu (po działaniu czynnika destrukcyjnego) zapisane są

w takiej kolejności, jaką stosuje się przy określaniu wodoodporności, tzn. od klasy agregatów o największych średnicach do klasy agregatów o najmniejszych średnicach. Rozkład częstości na wejściu jest wynikiem przesiewania przez układ sit (frakcjonowania) masy wszystkich agregatów próbki glebowej. Rozkład częstości na wyjściu otrzymuje się badając wodoodporność każdej z klas (frakcji) agregatów oddzielnie i przeliczając sumy odpowiednich mas tak otrzymanych części w stosunku do masy wszystkich frakcji agregatów.

6.3.1. Zmiany jednokierunkowe

Założono, że działanie czynników destrukcyjnych na agregaty glebowe ma charakter zmian jednokierunkowych. Rozumie się przez to, że agregaty mogą ulegać takim zmianom, wskutek których pewna ich część zaliczana jest do tej samej klasy wymiarowej, a pozostała część – do klas następnych, co jest równoznaczne z ich rozpadem. W odróżnieniu od pojedynczego ziarna, którego spadek w klasyfikacji jest wynikiem wzrostu wartości jego cechy (tzn. wskaźnika uszkodzeń), spadek w klasyfikacji pojedynczego agregatu jest spowodowany jego rozpadem na co najmniej dwa o mniejszych średnicach.

Identyfikacja kierunków zmian agregacji

Jeśli określoną parę rozkładów częstości agregatów na wejściu i na wyjściu otrzymano w wyniku przeprowadzonego eksperymentu, to najczęściej kierunek zmian agregacji jest znany, gdyż wynika właśnie ze sposobu jego przeprowadzenia. Zatem, poza teoretycznymi walorami takiej analizy, jest sens identyfikować kierunki zmian agregacji w przypadku, gdy sposób przeprowadzenia eksperymentu nie pozwala określić kierunku zmian, które się dokonały. Może to się zdarzyć wtedy, gdy znana jest jedynie para rozkładów częstości agregatów na wejściu i na wyjściu.

Identyfikację kierunku zmian prowadzi się ustalając uprzednio hipotetyczny kierunek tych zmian (lub oba kierunki). Najpierw oblicza się szeregi kumulacyjne tych rozkładów (Rozdz. 4.2.). Dla przyjętej kolejności klas sumowanie częstości rozpoczyna od frakcji agregatów o największych średnicach. Zatem otrzymane w ten sposób częstości szeregów kumulacyjnych są równocześnie skumulowanymi częstościami tzw. anty-dystrybuant empirycznych rozkładów częstości agregatów w ich przeciwnym porządku – od średnic najmniejszych do największych. Z tego powodu sposób postępowania przedstawiony w Rozdz. 4.2. może być

niewygodny, gdy zachodzi potrzeba operowania rozkładami częstości agregatów (lub ich dystrybuantami) w ich naturalnym porządku.

Sumowanie częstości można wykonywać w przeciwnym kierunku, tzn. poczynając od klas agregatów o najmniejszych średnicach, a kończąc na największych i w dalszej części postępowania posługiwać się tymi właśnie częstościami skumulowanymi. Wnioskowanie na podstawie tak obliczonych różnic skumulowanych częstości lub wzajemnego usytuowania krzywych kumulacyjnych (albo dystrybuant empirycznych) obu rozkładów jest analogiczne, lecz wtedy role znaków ciągu różnic i role obu krzywych odwracają się. I tak np., aby dana para rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu reprezentowała zmiany jednokierunkowe, żaden punkt krzywej kumulacyjnej rozkładu wyjściowego nie może leżeć **pod wykresem** krzywej kumulacyjnej rozkładu wejściowego.

Tablica przejścia

Do analizy trwałości agregatów konieczne jest zarejestrowanie w formie tablicy przejścia eksperymentalnych danych, dotyczących zmian rozkładu częstości agregatów testowanej próbki glebowej. Niezbędnymi danymi są częstości względne:

$[p_1, p_2, \dots, p_k]$ – rozkład częstości agregatów na wejściu (przed działaniem czynnika destrukcyjnego),

$[q_1, q_2, \dots, q_k]$ – rozkład częstości agregatów na wyjściu (po działaniu czynnika destrukcyjnego),

$[p_{ij}]$ ($i = 1, 2, \dots, k; j = i, i+1, \dots, k$) – dwuwymiarowy rozkład częstości agregatów; liczby p_{ij} wskazują, jakie części (wagowe) wszystkich agregatów w wyniku działania czynnika destrukcyjnego przetrwały, czyli pozostały w tej samej klasie ($j = i$) lub stały się produktami rozpadu, czyli przeszły z klasy i do którejś z klas następnych, $j > i$.

Tabela 18 przedstawia ogólną postać tablicy przejścia dla $k=6$ klas, gdyż taką liczbę klas agregatów przyjęto w przeprowadzonych badaniach. Zgodnie z umową, klasy agregatów uporządkowane są w malejącej kolejności ich średnic. Taka budowa tablicy przejścia jest wygodna z punktu widzenia mnemotechnicznego – kolejne wiersze korespondują z pozostałościami agregatów na kolejnych sitach po przesianiu. Podklasy górnego trójkąta tablicy przejścia (nad główną przekątną) są puste, gdyż zgodnie z założeniem agregaty nie mogą być klasyfikowane wyżej niż na wejściu.

Tabela 18. Tablica przejścia dla jednokierunkowych zmian agregacji – częstości względne (p_{ij}) i odpowiadające im wagi (32,16,8,4,2,1)

Table 18. Transition table to one-directional changes of aggregation – relative frequencies (p_{ij}) and weights (32,16,8,4,2,1)

10-5 mm	5-3 mm	3-1 mm	1-0,5 mm	0,5-0,25 mm	<0,25 mm	Suma po klasach Sum over classes
$p_{..}$	$p_{..}$	$p_{..}$	$p_{..}$	$p_{..}$	$p_{..}$	$p_{..}$
32 p_{11}	-	-	-	-	-	10-5 mm q_1
16 p_{12}	32 p_{22}	-	-	-	-	5-3 mm q_2
8 p_{13}	16 p_{23}	32 p_{33}	-	-	-	3-1 mm q_3
4 p_{14}	8 p_{24}	16 p_{34}	32 p_{44}	-	-	1-0,5 mm q_4
2 p_{15}	4 p_{25}	8 p_{35}	16 p_{45}	32 p_{55}	-	0,5-0,25 mm q_5
1 p_{16}	2 p_{26}	4 p_{36}	8 p_{46}	16 p_{56}	32 p_{66}	<0,25 mm q_6

Częstości: / Frequencies:

$p_1, p_2, \dots, p_6$ – częstości agregatów w klasach na wejściu: / input frequencies of aggregates in classes:

$$p_1 = \sum_{j=1}^6 p_{1j}, p_2 = \sum_{j=2}^6 p_{2j}, \dots, p_5 = \sum_{j=5}^6 p_{5j}, p_6 = p_{66},$$

$q_1, q_2, \dots, q_6$ – częstości agregatów w klasach na wyjściu: / output frequencies of aggregates in classes:

$$q_1 = p_{11}, q_2 = \sum_{i=1}^5 p_{i2}, \dots, q_5 = \sum_{i=1}^5 p_{i5}, q_6 = \sum_{i=1}^6 p_{i6};$$

$\sum_{i=1}^6 p_i = \sum_{j=1}^6 q_j = 1$ – suma częstości agregatów na wejściu i wyjściu (obie są równe 1) / input and output sums of frequencies of aggregates (both equal to 1)

$p_{11}, p_{12}, p_{22}, \dots, p_{56}, p_{66}$ (p_{ij} dla $i = 1, 2, \dots, 6; j = i, i+1, \dots, 6$) – częstości względne przejścia agregatów z klas i do klas j / relative transitions frequencies of aggregates from i classes to j classes.

Wskaźnik trwałości agregatów glebowych (*ASI*)

Jako miarę trwałości agregatów wchodzących w skład testowanej próbki gleby przyjęto wskaźnik *ASI* wyrażony wzorem (1). *ASI* jest zatem liniową funkcją częstości względnych p_{ij} tablicy przejścia, której współczynnikami są wagi w_{ij} . Jeśli wagi w_{ij} określone są wzorem (2), wówczas:

$$ASI = \sum_{i,j} 2^{k-1-(j-i)} p_{ij}, \quad (9)$$

gdzie p_{ij} są częstościami tablicy przejścia, a sumowanie przebiega po wszystkich wskaźnikach $i = 1, \dots, k$ oraz $j = i, \dots, k$, zaś k jest liczbą klas w przyjętej klasyfikacji. Wskaźnik *ASI* można zdefiniować za pomocą wzoru (1) przyjmując inne kryterium odporności agregatów, a więc inny układ wag w_{ij} niż proponowany we wzorze (9).

Przyjmując wagi (2), wskaźnik trwałości agregatów można obliczyć również ze wzoru:

$$ASI = d_0 w_0 + d_1 w_1 + \dots + d_{k-1} w_{k-1}, \quad (10)$$

gdzie d_i ($i = 0, 1, \dots, k-1$) są częstościami rozkładu diagonalnego, natomiast $w_0 = 2^{k-1}$, $w_1 = 2^{k-2}$, ..., $w_{k-1} = 2^0$ są wagami dwójkowymi, takimi jak we wzorze (9). Dla $k=6$ wagi te przyjmują wartości: 32, 16, 8, 4, 2, 1. Zatem skala wartości *ASI* jest przedziałem $1; 32$. W Tabeli 18 wagi te zapisano w prawych górnych rogach komórek tablicy przejścia. Wskaźnik *ASI* ma własności identyczne ze wskaźnikiem *GRI*. Częstość d_0 we wzorze (10) można interpretować jako empiryczne prawdopodobieństwo przetrwania agregatu.

Przedział zmian wskaźnika trwałości agregatów testowanej próbki gleby i jego długość

W identyczny sposób jak w Rozdz. 5.3.7., określa się i oblicza przedział trwałości ASI_{min} , ASI_{max} i bezwzględny zakres zmian trwałości agregatów $ASI = ASI_{max} - ASI_{min}$ próbki glebowej. Mniejszy zakres zmian trwałości świadczy o większej ich trwałości. Problemem natury praktycznej jest zbadanie, czy dla konkretnych gleb i upraw, przy działaniu określonego czynnika destrukcyjnego, bardziej korzystny jest duży, czy też mały zakres trwałości agregatów glebowych. Przedział trwałości ASI_{min} ; ASI_{max} oraz wartość ASI_{test} znajdująca się w tym przedziale, na skali wskaźnika trwałości w pełni

obrazują bezwzględny charakter zmian jej agregacji w wyniku badanego czynnika destrukcji. Mogą one służyć do porównywania próbek wielu gleb i różnych metod oznaczania trwałości agregatów bądź też do analizy trwałości próbki tej samej gleby, n.p. w procesie jej cyklicznego nawilżania i osuszania.

Wskaźniki pomocnicze

Zaproponowane w Rozdz. 4.11. wskaźniki pomocnicze mają również zastosowanie do względnej oceny zmian agregacji. Wskaźniki te mają te same własności, wyrażają się tymi samymi wzorami, różnią się jedynie postacią symboli.

Wskaźnik δASI – względny zakres zmian trwałości agregatów, wskaźnik zmienności agregacji;

Wskaźnik $qASI$ – wskaźnik jakości zmian agregacji.

6.3.2. Zmiany dwukierunkowe

Założono, że przewidywanymi skutkami działania czynnika destrukcyjnego na agregaty danej klasy mogą być następujące zdarzenia:

- niezmiennosc rozmiarów agregatów lub taki ich rozpad bądź sklejanie się, które jeszcze nie powodują zmiany ich klasy;
- rozpad agregatów, który powoduje zmianę klasy (spadek w klasyfikacji),
- sklejanie się agregatów, które powoduje zmianę klasy (awans w klasyfikacji).

Identyfikacja kierunków zmian agregacji

W celu rozpoznania kierunków zmian agregacji (rozpadu, trwałości i sklejanie się agregatów), podobnie jak w przypadku zmian jednokierunkowych, należy sporządzić szeregi kumulacyjne rozkładów częstości wejściowego i wyjściowego i obliczyć kolejne różnice między odpowiadającymi sobie parami sum częściowych. W tabeli 19 zestawiono wszystkie możliwe kombinacje zdarzeń, jakie mogą wystąpić w związku ze zmianami dwukierunkowymi oraz wszystkie możliwe kombinacje znaków różnic. Zdarzenia, które mogą wystąpić przy określonej kombinacji znaków różnic oznaczono w tabeli gwiazdką (*). Jest znamienne, że odosobnionym zdarzeniom rozpadu, odporności i sklejanie odpowiadają tylko jednakowe znaki różnic. Spośród kombinacji par zdarzeń,

Tabela 19. Przypadki możliwych zachowań agregatów próbek glebowych w zależności od znaków różnic r_i ($i = 1, 2, \dots, k$; k – liczba frakcji agregatów) skumulowanych częstości ich rozkładów przed i po działaniu czynnika destrukcyjnego

Table 19. Cases of the possible behaviour of aggregates in soil samples in relation to signs resulting from differences r_i ($i = 1, 2, \dots, k$; k – number of aggregates fractions) of their distributions cumulated frequencies before and after influence of a destructive factor

Znaki różnic Signs of differences	R	O	S	R i O	O i S	R i S	R i O i S
+	*					*	*
0		*				*	*
–			*		*	*	*
+, 0				*		*	*
0, –					*	*	*
+, –						*	*
+, 0, –						*	*

R – rozpad; O – odporność, S – sklejanie, * – zdarzenie możliwe.

R – disintegration, O – stability, S – formation, * – possible event.

równoczesny rozpad i sklejanie agregatów mogą wystąpić w każdej sytuacji, bez względu na to, jakie byłyby rozkłady częstości na wejściu i na wyjściu. Podobnie, wystąpienie wszystkich trzech zdarzeń łącznie, a więc rozpadu, odporności i sklejanie – nie zależy od postaci rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu.

Na podstawie maksymalnych, bezwzględnych wartości różnic można wstępnie ocenić minimalny odsetek agregatów, które ulegną sklejanie i rozpadowi. Najmniejsza ujemna różnica jest dolnym oszacowaniem frakcji agregatów, które ulegną sklejanie, a największa dodatnia różnica jest dolnym oszacowaniem frakcji agregatów, które ulegną rozpadowi.

Wyniki zestawione w tabeli 19 można wykorzystać również do wnioskowania na podstawie wzajemnego usytuowania kumulacyjnych krzywych częstości obu rozkładów, a także do wnioskowania na podstawie różnic dystrybuant lub na podstawie wzajemnego usytuowania wykresów dystrybuant. Ponadto, część tej tabeli jest użyteczna do identyfikacji zmian jednokierunkowych.

Klasyfikacja agregatów

Przy analizie jednokierunkowych zmian wielkości agregatów przyjęto sześć klas wielkości (frakcji) agregatów. Ze względu na możliwość ich sklejanie się, stało się konieczne rozszerzenie poprzedniej klasyfikacji o nową klasę. Jest nią klasa grudek gleby o średnicach większych niż 10 mm. Tak więc, klasyfikacja

agregatów dla zmian dwukierunkowych przedstawia się następująco (granice ich średnic podano w mm):

$$\begin{aligned} kl_1 &= (10; +), kl_2 = (5; 10), kl_3 = (3; 5), kl_4 = (1; 3), \\ kl_5 &= (0,5; 1), kl_6 = (0,25; 0,5), kl_7 = (0; 0,25). \end{aligned}$$

Tablica przejścia

Tablica przejścia dla dwukierunkowych zmian wielkości agregatów jest całkowicie wypełniona. Jej elementy p_{ij} , jak dla zmian jednokierunkowych, są częstościami względnymi agregatów próbki glebowej. Na głównej przekątnej ($i=j$) dotyczą tych agregatów, które nie uległy zmianom. Pod główną przekątną ($j>i$) – tych, które rozpadły się, natomiast elementy górnego trójkąta tablicy przejścia, czyli nad główną przekątną ($j<i$), są częstościami agregatów, które uległy sklejanu.

Tak jak poprzednio, w tablicach przejścia klasy agregatów uszeregowano w przeciwną kolejność ich rozmiarów, tzn. zgodnie z wyżej podaną numeracją. Tablica przejścia służąca do analizy zmian dwukierunkowych (tab. 20), w porównaniu z tablicą do analizy zmian jednokierunkowych (tab. 18), ma bardziej uniwersalną postać i to nie tylko z powodu możliwości analizy zmian agregatów w obu kierunkach. Rozszerzenie klasyfikacji agregatów o klasę grudek sprawia, że staje się ona klasyfikacją zupełną. Umożliwia bowiem klasyfikowanie i analizę tworów glebowych o dowolnych wymiarach średnic. W przypadku analizy zmian dwukierunkowych jest to niezbędne. W tabeli 20 nie zamieszczono kolumny odpowiadającej grudkom > 10 mm, gdyż w rozpatrywanych przykładach nie były one analizowane na wejściu.

Rozkład diagonalny

W celu uzyskania kolejnych częstości rozkładu diagonalnego dla zmian dwukierunkowych, sumowanie elementów przekątnych tablicy przejścia rozpoczyna się od górnego prawego elementu. W tym przypadku suma składa się z jednego składnika, p_{k1} . Częstość tę oznaczono symbolem $D_{-(k-1)}$. Każdą kolejną częstość rozkładu diagonalnego otrzymuje się sumując elementy znajdujące się na następnej, bezpośrednio niższej przekątnej tablicy przejścia. Tak więc, $D_{-(k-2)} = p_{k2} + p_{k-1,1}$ itd. Ostatecznie, rozkład diagonalny dla zmian dwukierunkowych jest uporządkowanym ciągiem liczb postaci:

$$Diag = [D_{-(k-1)}, D_{-(k-2)}, \dots, D_{-2}, D_{-1}, D_0, D_1, D_2, \dots, D_{k-2}, D_{k-1}].$$

Tabela 20. Tablica przejścia dla dwukierunkowych zmian agregatów glebowych – częstości przejścia (p_{ij}) i odpowiadające im wagi (1/2, 1, 2, 4, 8, 16, 32)

Table 20. Transition table for bi-directional changes of soil aggregates – transition frequencies (p_{ij}) and their weights (1/2, 1, 2, 4, 8, 16, 32)

10-5 mm	5-3 mm	3-1 mm	1-0,5 mm	0,5-0,25 mm	<0,25 mm	Suma po klasach Sum over classes
p_{10}	p_{20}	p_{30}	p_{40}	p_{50}	p_{60}	$p_{10} + p_{20} + p_{30} + p_{40} + p_{50} + p_{60}$
16	8	4	2	1	1/2	>10 mm q_0
32	16	8	4	2	1	10-5 mm q_1
16	32	16	8	4	2	5-3 mm q_2
8	16	32	16	8	4	3-1 mm q_3
4	8	16	32	16	8	1-0,5 mm q_4
2	4	8	16	32	16	0,5-0,25 mm q_5
1	2	4	8	16	32	<0,25 mm q_6
p_{16}	p_{26}	p_{36}	p_{46}	p_{56}	p_{66}	$p_{16} + p_{26} + p_{36} + p_{46} + p_{56} + p_{66}$

Oznaczenia – jak w tabeli 18.

Denotations – see table 18.

Jest to tablica jednowymiarowa, zawierająca $(2k-1)$ częstości, których suma jest równa 1. Częstości oznaczone ujemnymi indeksami są sumami elementów przekątnych tablicy przejścia, które leżą nad główną przekątną, a oznaczone indeksami dodatnimi – są sumami elementów przekątnych pod główną przekątną. Częstości o indeksach ujemnych dotyczą sklejania się agregatów, o indeksach dodatnich – rozpadu, a z indeksem zero, czyli częstość D_0 , jest częstością

agregatów, które nie uległy zmianom wymiarów. W szczególności, D_{-1} jest sumą elementów tablicy przejścia znajdujących się bezpośrednio nad główną przekątną, zaś D_1 – pod główną przekątną. Częstość D_0 , tak jak w przypadku zmian jednokierunkowych, jest sumą elementów znajdujących się na głównej przekątnej tablicy przejścia.

Postać rozkładu diagonalnego dla zmian dwukierunkowych również świadczy o rozmiarze zmian, jakim uległy agregaty badanej próbki gleby w wyniku działania czynnika destrukcyjnego. Podobnie, o trwałości jej agregatów w największym stopniu świadczy częstość D_0 , a każda następna lub poprzednia w ciągu **Diag** ma na nią coraz mniejszy wpływ. Zatem i w tym przypadku rozkład diagonalny może służyć jako zespołowa, uporządkowana miara trwałości agregatów. Jednakże porównanie rozkładu **Diag** z zapisem liczby w określonym systemie pozycyjnym w tym przypadku nie jest już adekwatne.

Dla zachowania analogii z rozkładem **diag** dla zmian jednokierunkowych, zrezygnowano z tak dokładnej miary trwałości agregatów, jaką jest rozkład częstości **Diag** na rzecz jej uproszczenia, kosztem utraty części informacji. Jak wykazano poniżej, ma ono również logiczne uzasadnienie. Niech

$$\mathbf{Diag}^a = [D_0^a, D_1^a, D_2^a, \dots, D_{k-1}^a]$$

oznacza rozkład, w którym poza pierwszą częstością ($D_0^a = D_0$), wszystkie pozostałe ($D_1^a, D_2^a, \dots, D_{k-1}^a$) są sumami odpowiadających sobie par częstości rozkładu **Diag** o dolnych indeksach różniących się znakami:

$$D_1^a = D_{-1} + D_1, D_2^a = D_{-2} + D_2, \dots, D_{k-1}^a = D_{-(k-1)} + D_{k-1}.$$

Rozkład **Diag**^a ma konstrukcję podobną do rozkładu **diag**, utworzonego dla zmian jednokierunkowych. Jego pierwsza częstość jest częstością agregatów, które nie uległy zmianom. Druga częstość jest częstością tych agregatów, które bądź to rozpadły się, bądź to skleiły, przechodząc odpowiednio do klasy bezpośrednio niższej lub wyższej. Ostatnia częstość jest częstością tych agregatów, które albo rozpadły się albo skleiły, przechodząc odpowiednio do ostatniej lub pierwszej klasy agregatów. Zatem kolejne częstości rozkładu **Diag**^a są częstościami agregatów, które rozpadły się bądź skleiły, przechodząc o tę samą liczbę klas w dół lub w górę klasyfikacji. Tego rodzaju podejście ma następujące uzasadnienie. Sklejanie się agregatów można potraktować jako destrukcję ich poprzednich stanów – powoduje ono zmiany ich wcześniejszego rozkładu. W tym sensie może być celowe badanie odporności agregatów na jakiegokolwiek zmiany pod wpływem działającego czynnika.

Może być przydatny również następujący uproszczony, rozkład diagonalny:

$$\mathbf{Diag}^* = [D_S, D_O, D_R].$$

Rozkład ten wskazuje sumarycznie jaka część agregatów uległa sklejanu (D_S), jaka pozostała bez zmian, czyli okazała się odporna (D_O), a jaka uległa rozpadowi (D_R). Częstość D_S jest więc sumą częstości rozkładu $\mathbf{Diag}$ o ujemnych indeksach (jest to suma częstości górnego trójkąta tablicy przejścia), D_R – jest sumą częstości rozkładu $\mathbf{Diag}$ o dodatnich indeksach (jest to suma częstości dolnego trójkąta tablicy przejścia), zaś $D_O = D_0$ (jest to suma częstości głównej przekątnej tablicy przejścia).

Wskaźnik trwałości agregatów glebowych (ASI) i jego własności

Wskaźnik trwałości agregatów glebowych dla zmian dwukierunkowych (ASI) zdefiniowano analogicznie jak dla zmian jednokierunkowych. Wykorzystując rozkład częstości $\mathbf{Diag}^a$ i niżej zdefiniowane wagi u_i , odpowiedni wzór ma następującą postać:

$$ASI = D_0^a u_0 + D_1^a u_1 + D_2^a u_2 + \dots + D_{k-1}^a u_{k-1}. \quad (11)$$

Dla zachowania spójności ze wskaźnikiem zdefiniowanym dla zmian jednokierunkowych przyjęto, że wagi u_i są tego samego rodzaju, jak wagi w_i we wzorze (10), tzn. są to wagi wykładnicze o podstawie 2. Ze względu na to, że w tym przypadku liczba klas $k=7$, więc niemożliwe było zachowanie tej samej skali wskaźnika, jaki wynikał z poprzednio przyjętego układu wag, tzn. przedziału 1;32. Przyjęty teraz układ wag:

$$u_0 = 2^5 = 32, u_1 = 2^4 = 16, u_2 = 2^3 = 8, u_3 = 2^2 = 4, u_4 = 2^1 = 2, u_5 = 2^0 = 1, u_6 = 2^{-1} = 1/2$$

dla wskaźnika ASI daje skalę $\{1/2 ; 32\}$. Wybierając ten układ wag do analizy zmian dwukierunkowych, w pełni zachowane zostały wagi, które służyły do analizy zmian jednokierunkowych.

Z definicji rozkładu $\mathbf{Diag}^a$ wynika, że wagi użyte przy analizie jednokierunkowych zmian trwałości agregatów, służą obecnie również do zaakcentowania znaczenia trwałości tych agregatów, które uległy sklejanu. Jediną, nową wagą jest waga $u_6 = 1/2$, służąca do zaakcentowania znaczenia trwałości tych agregatów, które uległy sklejanu, przechodząc z frakcji agregatów o najmniejszych średnicach poza uprzednią klasyfikację, czyli do grudek o średnicy większej niż 10 mm.

Najmniejsza wartość $ASI=1/2$, odpowiadająca najmniej trwałemu zachowaniu agregatów przy ich przejściu z rozkładu wejściowego do wyjściowego, może być

osiągnięta jedynie wtedy, gdy przed działaniem czynnika destrukcyjnego w próbce glebowej znajdują się wyłącznie agregaty o najmniejszych średnicach, a w wyniku tego działania wszystkie te agregaty sklejają się i stają się grudkami o średnicach przekraczających przyjęty zakres dla agregatów.

Podobnie jak przy zmianach jednokierunkowych, największa wartość $ASI=32$, odpowiada najbardziej trwałemu zachowaniu agregatów próbki glebowej przy ich przejściu z rozkładu wejściowego do wyjściowego. Ma to miejsce wówczas, gdy po działaniu czynnika destrukcyjnego wszystkie agregaty pozostaną w swych pierwotnych klasach.

Obliczanie ASI według wzoru (11), czyli przy użyciu rozkładu częstości *Diag^a*, jest możliwe tylko wówczas, gdy przyjęte wagi są jednakowe dla wszystkich elementów na głównej przekątnej tablicy przejścia i gdy wagi dla przekątnych jednakowo odległych od głównej przekątnej są równe. Jeśli warunki te nie są spełnione, wówczas do obliczania wskaźnika trwałości należy stosować wzór ogólny, analogiczny do wzoru (1):

$$ASI = \sum_{i,j=1}^k p_{ij} u_{ij}. \quad (12)$$

W tym przypadku:

— p_{ij} są względnymi częstościami tablicy przejścia dla zmian dwukierunkowych,

— u_{ij} są wagami przypisanymi każdemu elementowi p_{ij} osobno,

— $i, j = 1, 2, \dots, k$, gdzie k jest liczbą klas rozpatrywanych obiektów (agregatów i grudek).

W tabeli 20 umieszczono zaproponowane wagi w prawych górnych rogach komórek tablicy przejścia. Tak jak dla zmian jednokierunkowych, przy ustalonych wagach u_{ij} , ASI jest liniową funkcją częstości względnych tablicy przejścia. Z tego względu, w razie potrzeby można obliczać wskaźniki trwałości dla każdej frakcji agregatów z osobna – względem wejścia lub wyjścia. Są to sumy iloczynów częstości i wag w każdej z kolumn lub odpowiednio – w każdym z wierszy tablicy przejścia oddzielnie. Również w przypadku zmian dwukierunkowych mają one interpretację odpowiednio jako *wkłady* i *udziały* poszczególnych klas agregatów w trwałości próbki glebowej. Ich suma jest wskaźnikiem trwałości dla całej testowanej próbki gleby. Zatem również w przypadku zmian dwukierunkowych, wskaźnik trwałości agregatów dla całej próbki gleby można

zdefiniować jako sumę wskaźników trwałości dla poszczególnych klas agregatów i obliczyć, korzystając ze wzoru (4) lub (5). Zachowana jest zatem pełna zgodność wskaźnika trwałości dla obu modeli zmian agregacji.

Przedział trwałości i zakres trwałości agregatów próbki glebowej

Określenia próbek materiału o elementach najbardziej i najmniej odpornych wprowadzone w Rozdz. 4.5. są stosowne również dla agregatów glebowych. Spośród próbek gleb klasy (o tych samych rozkładach częstości na wejściu i na wyjściu) najbardziej trwała jest ta próbka, której możliwie największa część agregatów nie uległa ani rozpadowi, ani sklejanu, a pozostała ich część – rozpadając się lub sklejąc – przeszła do klas możliwie najbliższych tym, w których znajdowały się na wejściu. Analogicznie, próbka gleby, która charakteryzuje się najmniejszą trwałością to próbka, której możliwie najmniejsza część agregatów pozostała bez zmian, a reszta – rozpadając się lub sklejąc – przeszła do klas możliwie najdalszych. Tak zdefiniowanym próbkom gleby (o agregatach najbardziej i najmniej trwałych) odpowiadają pewne tablice przejścia T_{min} i T_{max} (nazwano je ekstremalnymi), którym z kolei odpowiadają ekstremalne wartości wskaźnika trwałości agregatów (ASI_{min} i ASI_{max}). Przy pomocy metody simpleks, w sposób analogiczny jak to opisano dla zmian jednokierunkowych w Rozdz. 4.8.1., można znaleźć tablice przejścia T_{min} i T_{max} i odpowiadające im wartości ASI_{min} i ASI_{max} dla zmian dwukierunkowych. Tablice T_{min} i T_{max} oraz wskaźniki ASI_{min} i ASI_{max} wyznaczane są na podstawie wejściowego i wyjściowego rozkładu częstości agregatów testowanej próbki gleby. W przypadku zmian dwukierunkowych, bez względu na postać obu rozkładów częstości, zawsze istnieją tablice T_{min} i T_{max} , a więc także ASI_{min} i ASI_{max} .

Obliczona na podstawie faktycznej tablicy przejścia T_{test} wartość wskaźnika ASI_{test} oraz wskaźniki ekstremalne ASI_{min} i ASI_{max} , w przypadku zmian jednokierunkowych stanowiły podstawę do analizy trwałości danej próbki gleby. Jednakże przedziały trwałości $ASI_{min} ; ASI_{max}$ w przypadku zmian dwukierunkowych są znacznie dłuższe niż dla zmian jednokierunkowych i z tego względu ich bezpośrednie wykorzystanie jest mniej przydatne. W związku z tym posiłkowanie się wartością przybliżoną $ASI_{test}^* = (ASI_{max} + ASI_{min})/2$, w przypadku braku możliwości wyznaczenia ASI_{test} , jest wtedy bardziej ryzykowne (dłuższy przedział – większy błąd).

Oszacowania częstości agregatów ulegających rozpadowi, sklejanii i w pełni odpornych

Ekstremalne tablice przejścia T_{max} i T_{min} można wykorzystać do oszacowania częstości agregatów ulegających rozpadowi, sklejanii i w pełni trwałych, nie zmieniających swych klas. Do tego celu służą uproszczone rozkłady częstości diagonalnych $\mathbf{Diag}^* = [D_S, D_O, D_R]$, otrzymane z tablic T_{max} i T_{min} . Na podstawie tablicy T_{max} można wyznaczyć dolne ograniczenie częstości agregatów ulegających rozpadowi i sklejanii oraz górne ograniczenie częstości agregatów, które nie ulegną ani rozpadowi, ani sklejanii. Z kolei na podstawie tablicy T_{min} można wyznaczyć górne ograniczenia częstości agregatów ulegających rozpadowi i sklejanii. Dolny kres częstości agregatów, które przetrwają jest zerem. Oszacowanie to nie jest więc użyteczne. Spośród otrzymanych w ten sposób oszacowań najbardziej użyteczne może być górne ograniczenie częstości agregatów odpornych oraz dolne ograniczenie częstości agregatów, które mogą ulec sklejanii. Ograniczenia dotyczące rozpadu i sklejanii się agregatów nie są pewne, gdyż zmianom zarówno w górę jak i w dół klasyfikacji o tę samą liczbę klas przypisano jednakowe wagi. Można jednak je nie tylko zweryfikować, ale i w wielu przypadkach poprawić, tzn. uzyskać węższe zakresy.

Dla przykładu, uzyskane w wyżej opisany sposób górne ograniczenie częstości agregatów, które mogą ulec sklejanii daje się w wielu przypadkach obniżyć przy pomocy algorytmu simpleks i pewnej procedury iteracyjnej. W procedurze tej wykorzystywana jest niejednoznaczność rozwiązań programowania liniowego, która wynika z symetrii zastosowanego układu wag. Do dotychczasowych ograniczeń funkcji celu (wskaźnika ASI), wynikających z rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu, dołącza się jeszcze jedno. Ma ono postać nierówności typu “ ” lub “ ” i ogranicza od góry ustaloną liczbą (tzw. limitem) sumę elementów tablicy przejścia znajdujących się nad główną przekątną. Zastosowanie wspomnianej procedury powoduje zwiększanie w budowanej tablicy T_{min} częstości agregatów, które mogą ulec rozpadowi. Można ją kontynuować tylko do pewnej, granicznej częstości. Opisany sposób pozwala więc na znajdowanie węższych przedziałów oszacowań niż przedstawiono wyżej. Może to mieć duże znaczenie praktyczne, szczególnie dla częstości agregatów ulegających sklejanii. Przedziałów tych nie udawało się już skrócić innymi sposobami.

Ograniczanie długości przedziału ASI_{min} ; ASI_{max}

Z doświadczeń przeprowadzonych przez Witkowską-Walczak [85] wynika, że procesowi sklejanu ulega zaledwie 8-10% agregatów. Stosując podobną procedurę, można wprowadzać różnego rodzaju ograniczenia (np. co najwyżej 20-procentowy limit ilości agregatów, które będą mogły się sklejać) i obliczać wynikające z nich wartości ASI_{min} i ASI_{max} . W ten sposób można zawęzić przedział trwałości. Tak otrzymany przedział nazwano *warunkowym*, gdyż uzyskuje się go przy nałożonym limicie, dotyczącym np. sklejanu się agregatów. Jak się okazuje, przedziały takie mają zawsze ten sam górny kraniec (ASI_{max}). Można je zatem skracać tylko od dołu, poprzez zwiększanie ASI_{min} . Granicznego kresu sklejanu nie można już obniżyć, gdyż przy próbie wprowadzenia jeszcze bardziej drastycznego ograniczenia, powodowałoby to nierozwiązalność zadania optymalizacyjnego. Stąd wniosek, że tak otrzymany limit jest zarazem częstością agregatów, które muszą ulec sklejanu.

Znajdowanie w podany sposób ASI_{min} , a co za tym idzie – możliwość budowania krótkich, aczkolwiek warunkowych przedziałów trwałości agregatów otwiera ważny kierunek badań. Do analizy trwałości agregatów próbek glebowych przydatne są krótkie przedziały trwałości, jak najdokładniej szacujące zakres możliwych zmian, zarazem pokrywające niewielką część skali wskaźnika trwałości agregatów. Pozwala to efektywnie porównywać różne próbki glebowe, dostrzegając ich zróżnicowanie.

Wskaźniki pomocnicze

Definicje wskaźników pomocniczych (ΔASI , δASI i $q ASI$) dla zmian dwukierunkowych pozostają niezmienione.

ASI_{max} jest bardzo dobrym ograniczeniem ASI_{test} , gdyż jest to górny kres wszystkich możliwych przedziałów trwałości. Jego wartość nie zależy od limitu na sklejanu się agregatów – jest taka sama bez narzucania tego limitu, jak i z dowolnie przyjętym limitem. W związku z tym proponuje się następujące dwa dodatkowe wskaźniki pomocnicze:

$$dASI = ASI_{max} - ASI_{test}$$

$$ASI = 100 dASI / ASI_{test}, \%$$

Pierwszy z nich wskazuje, jak dalece wskaźnik trwałości ASI_{test} odbiega od możliwie największego wskaźnika trwałości ASI_{max} , jaki mogłyby osiągnąć

agregaty próbki gleby o tych samych rozkładach częstości na wejściu i na wyjściu. Drugi natomiast jest względną miarą tej różnicy. Im mniejsze są oba te wskaźniki, tym korzystniej świadczą o trwałości agregacji próbki badanej gleby.

6.4. Wyniki badań

W niniejszym rozdziale pokazano sposób posługiwania się proponowaną metodą analizy zmian jakości w odniesieniu do zmian agregacji spowodowanych działaniem wody. Przedstawiony przykład stanowi zarazem weryfikację jej użyteczności w tym zakresie. Badaną cechą agregatów jest ich trwałość, charakteryzowana również w literaturze polskiej jako wodoodporność, a w angielsko-języcznej – jako “stability”. Zgodnie ze zwyczajem stosowanym w metodyce analizy agregacji gleb, częstości względne w większości tabel podano w procentach. Wartości wskaźników zaokrąglono do jednego miejsca po przecinku.

6.4.1. Zmiany jednokierunkowe

Szeregi kumulacyjne. Wstępna ocena trwałości i rozpadu agregatów próbek glebowych

W tabeli 21 zestawiono wejściowe i wyjściowe rozkłady częstości agregatów testowanych próbek gleby w kolejności rosnących numerów klas. Rozkłady częstości agregatów na wejściu (przed działaniem wody) dla wszystkich metod oznaczania wodoodporności w obrębie danej gleby były jednakowe. W tabeli 22 przedstawiono utworzone dla nich szeregi kumulacyjne, a pod nimi podano różnice odpowiadających sobie skumulowanych częstości. Różnice te są dodatnie (poza ostatnią, która zawsze jest zerem), zatem pary rozkładów częstości badanych próbek gleby rzeczywiście reprezentują zmiany jednokierunkowe. Dodatnie znaki różnic wskazują ponadto, że część agregatów glebowych musiała ulec rozpadowi. Największego ich odsetka można było spodziewać się dla metody przesiewania na mokro, a najmniejszego – dla metody deszczowania, o czym świadczą z kolei wielkości różnic. Największa z różnic jest oceną minimalnej częstości agregatów, które uległy rozpadowi. Wyniki tej wstępnej, jakościowej oceny wskazują, że najbardziej trwałe są próbki gleb, dla których wodoodporność agregatów oznaczano metodą deszczowania. Dla przykładowej ilustracji, na rysunkach 10a-10d przedstawiono kumulacyjne krzywe częstości dla czarnoziemiu. Na wykresach zaznaczono pionowym odcinkiem rozpiętość między krzywymi, która odpowiada największej różnicy skumulowanych częstości.

Tabela 21. Rozkłady częstości (%) agregatów testowanych próbek glebowych na wejściu (I – przed działaniem wody) i na wyjściu (O – po działaniu wody)

Table 21. Frequency distribution (%) of aggregates in the tested soil samples on the input (I – before water impact) and the output (O – after water impact)

Gleba Soil	Metoda Method		Klasy agregatów / Classes of aggregates					
			1	2	3	4	5	6
			Frakcje / Fractions (mm)					
			5 ÷ 10	3 ÷ 5	1 ÷ 3	0,5 ÷ 1	0,25 ÷ 0,5	0 ÷ 0,25
Czarnoziem <i>Haplic Phaeozem</i>	a	I	18	10	28	16	10	18
		O	10	11	27	18	11	23
	b	I	18	10	28	16	10	18
		O	11	9	22	17	16	25
	c	I	18	10	28	16	10	18
		O	6	5	17	15	20	37
	d	I	18	10	28	16	10	18
		O	0	3	13	11	20	53
	a	I	22	10	19	13	17	19
		O	7	13	22	17	17	22
Czarna ziemia <i>Mollic Gleysol</i>	b	I	22	10	19	13	17	19
		O	12	8	18	13	24	25
	c	I	22	10	19	13	17	19
		O	6	6	14	14	32	28
	d	I	22	10	19	13	17	19
		O	2	6	22	13	22	35
	a	I	28	11	23	14	11	13
		O	24	13	22	13	10	18
	b	I	28	11	23	14	11	13
		O	17	13	23	14	18	15
Rędzina <i>Orthic Rendzina</i>	c	I	28	11	23	14	11	13
		O	11	10	18	18	17	26
	d	I	28	11	23	14	11	13
		O	2	10	21	20	14	33

Metody: a – deszczowanie, b – 1 cykl nawilżania-osuszania, c – 10 cykli nawilżania-osuszania, d – przesiewanie w wodzie

Methods: a – rainfall, b – wet-drying 1 cycle, c – wet-drying 10 cycles, d – wet sieving

Tablice przejścia testowanych próbek gleby

W celu przygotowania ilościowej analizy zmian agregacji spowodowanych działaniem wody, wyniki laboratoryjnych badań wodoodporności przeliczono na częstości względne (względem masy wszystkich agregatów próbki gleby) i zestawiono w formie tablic przejścia. Przykładową tablicę przejścia (T_{test}) pokazano w tabeli 23. Jest to tablica przejścia dla czarnoziem (metoda deszczowania).

Liczby podkreślone w tej tabeli, to częstości agregatów wodoodpornych (częstości p_{ij} w tabeli 18), zaś pozostałe liczby są częstościami produktów rozpadu agregatów nieodpornych na działanie wody (częstości p_{ij} dla $i < j$ w tabeli 18).

Tabela 22. Częstości skumulowane (szeregi kumulacyjne) (%) rozkładów częstości agregatów testowanych próbek glebowych na wejściu (I – przed działaniem wody) i na wyjściu (O – po działaniu wody) oraz ich różnice r_i ($i = 1, 2, \dots, 6$)

Table 22. Cumulated frequencies (cumulative series) (%) of aggregate frequency distribution for the tested soil samples on the input (I – before water impact) and the output (O – after water impact), and their differences r_i ($i = 1, 2, \dots, 6$)

Gleba Soil	Metoda Method	Klasy agregatów / Classes of aggregates						
		1	2	3	4	5	6	
Czarnoziem <i>Haplic Phaeozem</i>	a	I	18	28	56	72	82	100
		O	10	21	48	66	77	100
		r_i	8	7	8	6	5	0
	b	I	18	28	56	72	82	100
		O	11	20	42	59	75	100
		r_i	7	8	14	13	7	0
	c	I	18	28	56	72	82	100
		O	6	11	28	43	63	100
		r_i	12	17	28	29	19	0
	d	I	18	28	56	72	82	100
		O	0	3	16	27	47	100
		r_i	18	25	40	45	35	0
Czarna ziemia <i>Mollic Gleysol</i>	a	I	22	32	51	64	81	100
		O	7	20	42	59	76	100
		r_i	15	12	9	5	5	0
	b	I	22	32	51	64	81	100
		O	12	20	38	51	75	100
		r_i	10	12	13	13	6	0
	c	I	22	32	51	64	81	100
		O	6	12	26	40	72	100
		r_i	16	20	25	24	9	0
	d	I	22	32	51	64	81	100
		O	2	8	30	43	65	100
		r_i	20	24	21	21	16	0

Tabela 22. Cd.
Table 22. Cont.

Gleba Soil	Metoda Method	Klasy agregatów / Classes of aggregates						
			1	2	3	4	5	6
Rędzina <i>Orthic Rendzina</i>	a	I	28	39	62	76	87	100
		O	24	37	59	72	82	100
		r_i	4	2	3	4	5	0
	b	I	28	39	62	76	87	100
		O	17	30	53	67	85	100
		r_i	11	9	9	9	2	0
	c	I	28	39	62	76	87	100
		O	11	21	39	57	74	100
		r_i	17	<i>18</i>	23	19	13	0
	d	I	28	39	62	76	87	100
		O	2	12	33	53	67	100
		r_i	26	27	29	23	20	0

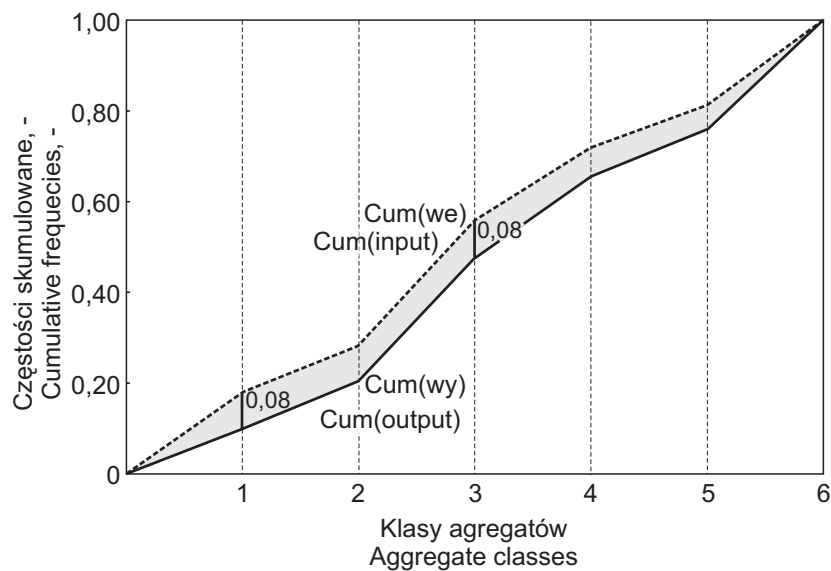
Oznaczenie metod (a, b, c, d) – jak w tabeli 21; max (r_i) dla danej próbki gleby oznaczono **łustym** drukiem;

Denotations of methods (a, b, c, d) – as in table 21; max (r_i) for each of soil sample is marked by **bold**.

Tabela 23. Rozkłady agregatowe czarnoziem (wyrażony częstościami względnymi) przed i po działaniu wody, częstości agregatów wodoodpornych i produktów rozpadu (agregatów nieodpornych) – metoda deszczowania

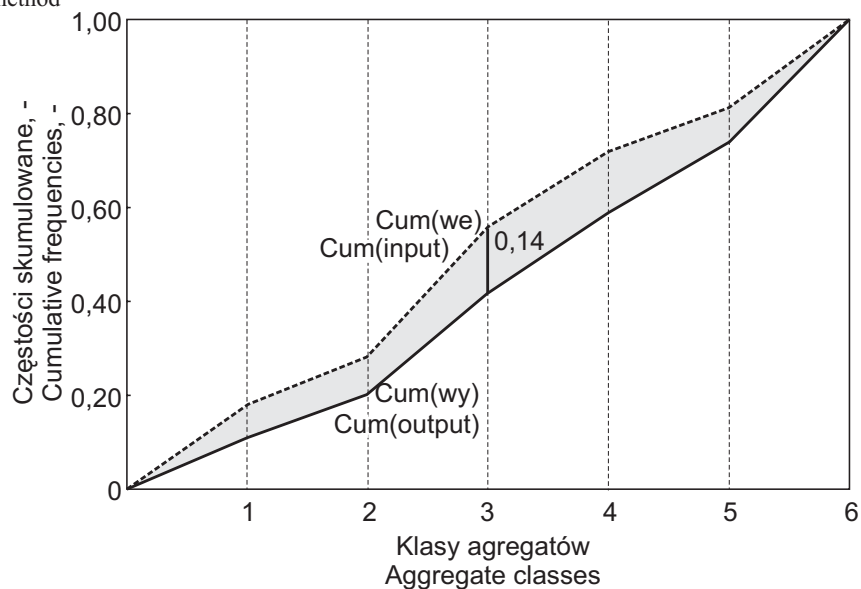
Table 23. Aggregate size distributions (described by relative frequencies) before and after water impact, frequencies of water stability aggregates and destruction products for *Haplic Phaeozem* (rainfall method)

5-10	3-5	1-3	0,5-1	0,25-0,5	<0,25	Fracje agregatów Fractions of aggregates	
0,18	0,10	0,28	0,16	0,10	0,18	=1,00	mm
<u>0,10</u>						0,10	5-10
0,04	<u>0,07</u>					0,11	3-5
0,01	0,01	<u>0,25</u>				0,27	1-3
0,01	0,01	0,01	<u>0,15</u>			0,18	0,5-1
0,01	0	0	0	<u>0,10</u>		0,11	0,25-0,5
0,01	0,01	0,02	0,01	0	<u>0,18</u>	0,23	<0,25



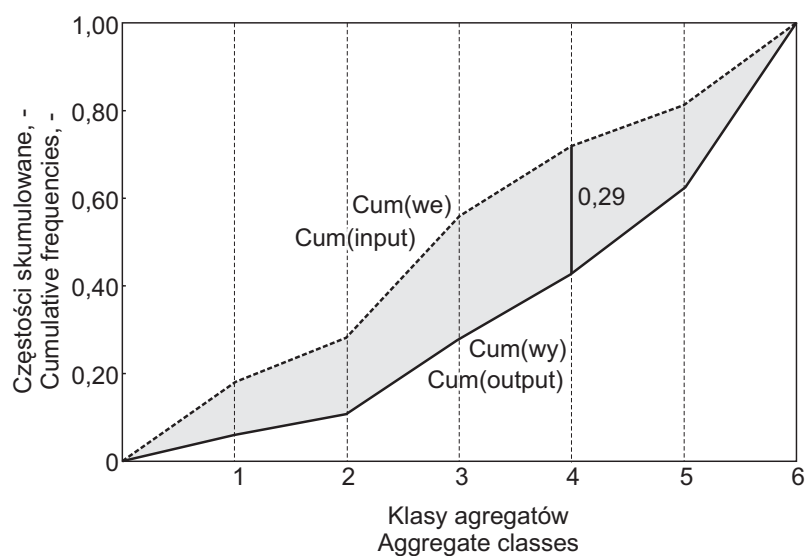
Rys. 10a. Kumulacyjne krzywe częstości Cum(**we**) i Cum(**wy**) dla czarnoziem, metoda deszczowania

Fig. 10a. Cumulative frequency curves Cum(**input**) and Cum(**output**) for *Haplic Phaeozem*, rain-fall method



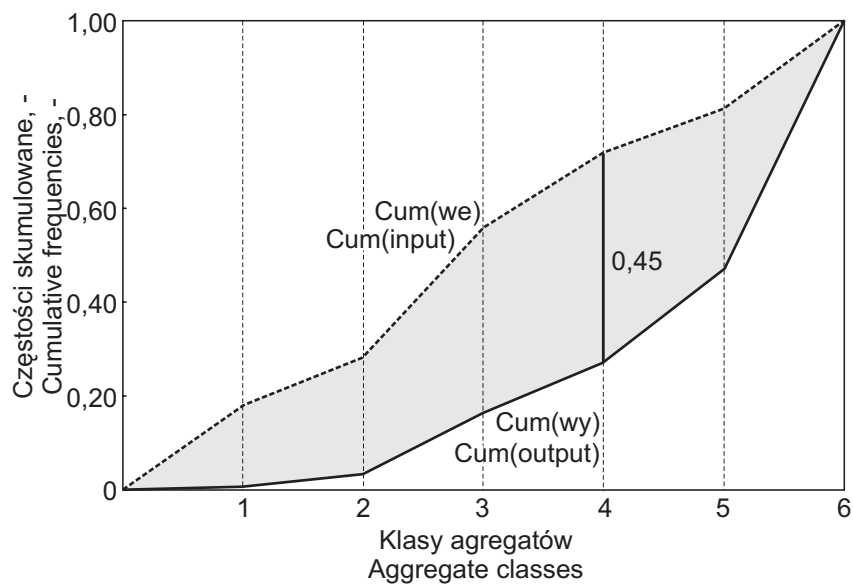
Rys. 10b. Kumulacyjne krzywe częstości Cum(**we**) i Cum(**wy**) dla czarnoziem, metoda 1 cyklu nawilżania-osuszania

Fig. 10b. Cumulative frequency curves Cum(**input**) and Cum(**output**) for *Haplic Phaeozem*, wetting-drying cycles method (1 cycle)



Rys. 10c. Kumulacyjne krzywe częstości Cum(**we**) i Cum(**wy**) dla czarnoziem, metoda 10 cykli nawilżania-osuszania

Fig. 10c. Cumulative frequency curves Cum(**input**) and Cum(**output**) for *Haplic Phaeozem*, wetting-drying cycles method (10 cycles)



Rys. 10d. Kumulacyjne krzywe częstości Cum(**we**) i Cum(**wy**) dla czarnoziem, metoda przesiewania w wodzie

Fig. 10d. Cumulative frequency curves Cum(**input**) and Cum(**output**) for *Haplic Phaeozem*, wet sieving method

Rozkłady częstości diagonalnych

Zestawienie rozkładów diagonalnych dla wszystkich testowanych próbek glebowych zamieszczono w tabeli 24. Rozkład diagonalny jest zespołową miarą trwałości agregatów próbki glebowej. Największy wpływ na jej trwałość ma częstość d_0 . Jest to frakcja agregatów, które przetrwały, nie uległy rozpadowi. Każda następna częstość ma coraz mniejszy wpływ na trwałość agregatów badanej próbki. I tak np., częstość d_1 , to frakcja agregatów pochodząca z agregatów wejściowych, które rozpadły się, lecz produkty ich rozpadu znalazły się tylko o jedną klasę niżej niż na wejściu.

Tabela 24. Częstości [$d_0, d_1, \dots, d_5$] (%) rozkładów diagonalnych, rangi tych rozkładów oraz wskaźniki trwałości agregatów *ASI* testowanych próbek glebowych

Table 24. Frequencies of diagonal distributions [$d_0, d_1, \dots, d_5$] (%), ranks of these distributions and indices of aggregate stability *ASI* for the tested soil samples

Wagi przekątne Diagonal weights		w_0	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	Ranga	<i>ASI</i>
		32	16	8	4	2	1		
Gleba Soil	Metoda Method	d_0	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	Range	
Czarnoziem <i>Haplic Phaeozem</i>	a	85	6	3	3	2	1	2	28,6
	b	73	13	6	3	2	1	5	26,4
	c	56	14	11	11	4	4	9	21,6
	d	43	9	16	16	5	10	12	17,3
Czarna ziemia <i>Mollic Gleysol</i>	a	78	10	5	4	1	2	4	27,2
	b	73	14	5	3	4	1	6	26,2
	c	61	14	7	8	8	2	7	22,8
	d	58	16	9	5	7	5	8	22,2
Rędzina <i>Orthic Rendzina</i>	a	92	4	1	1	1	1	1	30,2
	b	78	13	4	2	2	1	3	27,5
	c	55	23	8	7	5	2	10	22,3
	d	49	16	12	12	6	5	11	19,9

Oznaczenie metod (a, b, c, d) – jak w tab. 21 / Denotations of methods (a, b, c, d) – as in table 21.

Otrzymane rozkłady diagonalne można przedstawić na skali porządkowej zgodnie ze sposobem opisanym w rozdziale 4.4.1. W przedostatniej kolumnie tabeli 24 podano ich ranking w kolejności od najbardziej (ranga = 1) do najmniej trwałych (ranga = 12). Najbardziej trwałymi okazały się próbki gleb, których agregaty poddano deszczowaniu, a najmniej trwałymi – poddane przesiewaniu na mokro.

Posługiwanie się skalą porządkową jako miarą trwałości agregatów nie pozwala dostrzec różnic między trwałością agregatów poszczególnych próbek. Ponadto, przypisane rangi dotyczą jedynie konkretnego eksperymentu. Chcąc porównać próbki gleb z wielu doświadczeń, należałoby przeprowadzić ponowne rangowanie, obejmujące wszystkie porównywane próbki.

Obliczanie wskaźników trwałości agregatów przy użyciu rozkładów częstości diagonalnych

Opisaną wyżej niedoskonałość niweluje przyjęty układ wag. Mnożąc częstości rozkładów **diag** zapisane w tabeli 24 przez odpowiadające im wagi (górny wiersz), następnie sumując otrzymane iloczyny, a wyniki dzieląc przez 100, otrzymuje się wskaźniki trwałości agregatów analizowanych próbek glebowych, ASI_{test} (ostatnia kolumna tabeli 24).

Porównanie wskaźników trwałości agregatów. Gleby a metody oznaczania wodoodporności

Otrzymane wskaźniki trwałości agregatów odpowiadają próbkom wszystkich kombinacji gleb i metod oznaczania wodoodporności w przeprowadzonych eksperymentach. Można je analizować z punktu widzenia gleb (w obrębie każdej metody oddzielnie) i metod (w obrębie każdej gleby oddzielnie).

Uzyskane wyniki pokazują, że wskaźnik trwałości agregatów maleje dla każdej badanej gleby w następującej kolejności metod: deszczowanie, 1 cykl nawilżania-osuszania, 10 cykli nawilżania – osuszania, przesiewanie w wodzie. Wartości ASI w przypadku czarnoziemów wahają się od 17,3 (przesiewanie w wodzie) do 28,6 (deszczowanie), od 22,2 do 27,2 dla czarnej ziemi oraz od 19,9 do 30,2 dla rędziny. Zatem największe zróżnicowanie odporności na działanie wody, zależne od zastosowanej metody, wystąpiło dla czarnoziemów, a najmniejsze dla czarnej ziemi. Z tabeli 24 wynika także, że najwyższe wartości ASI (27,2-30,2) uzyskano stosując metodę deszczowania, a najniższe (17,3-22,2) – dla metody przesiewania w wodzie. Otrzymane wyniki są potwierdzeniem, że istnieje ścisła zależność pomiędzy wodoodpornością agregatów i metodą jej oznaczania [7,8,60,80]. Zależność pomiędzy wodoodpornością agregatów i typem gleb była mniej wyraźna. Przy pomocy zastosowanych metod analitycznych nie można w sposób jednoznaczny uporządkować badanych gleb pod względem wodoodporności ich agregatów. Według dwóch pierwszych metod uporządkowanie w kierunku malejącego wskaźnika ASI jest następujące: rędzina,

czarnoziem, ziemia czarna. Dwie ostatnie metody analityczne dają natomiast następujące uporządkowanie: ziemia czarna, rędzina, czarnoziem. Największe zróżnicowanie wskaźnika trwałości między glebami wystąpiło przy stosowaniu przesiewania na mokro (rozpiętość wartości ASI – 4,9), podczas gdy przy stosowaniu innych metod rozpiętość wartości ASI nie przekraczała 3,1. Zatem zgodnie z zastosowaną miarą trwałości, najlepszą metodą analityczną do oznaczania trwałości agregatów względem działania wody wydaje się być przesiewanie na mokro, gdyż zapewnia największe zróżnicowanie wyników.

Wskaźniki trwałości poszczególnych klas agregatów a układ sit

W tabeli 25 zamieszczono wskaźniki trwałości ASI_1 , ASI_2 , ..., ASI_6 dla poszczególnych klas agregatów, odpowiadające wszystkim analizowanym próbkom gleb. Aby je obliczyć, zsumowano oddzielnie dla każdej kolumny tablicy przejścia T_{test} iloczyny wag (wagi zamieszczono w prawych górnych rogach tabeli 18) i odpowiadających im częstości tablicy przejścia danej próbki glebowej. Wskaźnik trwałości dla całej próbki (ASI_{test}) jest sumą wskaźników trwałości poszczególnych klas agregatów.

Z tabeli 25 wynika, że niezależnie od gleby i zastosowanej w stosunku do niej metody oznaczania wodoodporności, najbardziej wodoodporne były agregaty klasy 3 (o wymiarach 1-3 mm), a najmniej – agregaty klasy 2 (3-5 mm).

Tabela 25. Wskaźniki trwałości klas agregatów (ASI) badanych próbek glebowych

Table 25. Indices of aggregate classes stability (ASI) for the tested soil samples

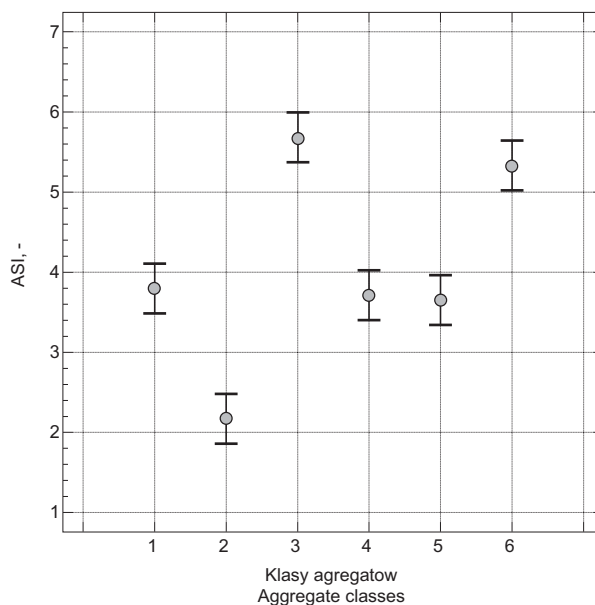
Gleba Soil	Metoda Method	Klasy agregatów / Classes of aggregates					
		1	2	3	4	5	6
Czarnoziem <i>Haplic Phaeozem</i>	a	4,0	2,5	8,2	4,9	3,2	5,8
	b	4,2	2,4	6,9	4,2	3,0	5,8
	c	2,6	1,5	5,4	3,5	2,9	5,8
	d	0,6	1,1	4,3	2,7	2,9	5,8
Czarna ziemia <i>Mollic Gleysol</i>	a	3,6	2,6	5,6	3,9	5,3	6,1
	b	4,5	2,2	5,0	3,4	5,0	6,1
	c	2,8	1,5	4,0	3,3	5,1	6,1
	d	1,7	1,6	5,2	3,0	4,6	6,1
Rędzina <i>Orthic Rendzina</i>	a	8,2	3,2	7,1	4,2	3,4	4,2
	b	6,5	2,9	6,6	4,0	3,4	4,2
	c	4,8	2,1	5,3	3,6	2,4	4,2
	d	2,2	2,4	4,5	3,8	2,7	4,2

Oznaczenie metod (a, b, c, d) – jak w tab. 21 / Denotations of methods (a, b, c, d) – as in table 21.

Byłoby bardzo korzystne potwierdzenie istotnego zróżnicowania *ASI* między klasami za pomocą odpowiednich testów statystycznych. Nasuwa się myśl zastosowania do tego celu analizy wariancji. Ze względu na sposób zdefiniowania, wskaźniki *ASI* dla klas wyrażają średnią wagę dwójkową analizowanych agregatów każdej z klas. Zatem, jako zbiór wartości średnich pewnej cechy (w tym przypadku wag dwójkowych), podlegają one rozkładowi przynajmniej zbliżonemu do rozkładu normalnego. Z tabeli 25 wynika, że występuje dość wyraźne zróżnicowanie między tymi wskaźnikami w obrębie klas, szczególnie w klasie 1. W innych klasach zróżnicowania te nie są tak duże. Nie należało więc wykluczać istotnego zróżnicowania między wariancjami dla poszczególnych klas, co potwierdziły przeprowadzone testy. Z drugiej strony, testy jednorodności wariancji są bardzo czułe na założoną normalność badanych cech. W pracy [69] i w innych podręcznikach statystyki można znaleźć szereg wskazówek odnośnie zasadności stosowania analizy wariancji do danych, które nie spełniają założeń normalności i równości wariancji. Wielu statystyków uważa, że założenia te są zbyt rygorystyczne i tylko w przypadkach danych bardzo odbiegających od tych założeń należy zachować szczególną ostrożność. W takich przypadkach poleca się stosowanie wielu różnych testów i porównanie zgodności ich wyników. W związku z tym badanie istotności między wskaźnikami *ASI* dla poszczególnych klas przeprowadzono za pomocą nieparametrycznej rangowej analizy wariancji Friedmana, testu *t*-Studenta, porównującego średnie o nierównych wariancjach w obu grupach oraz wieloczynnikowej analizy wariancji. Wszystkie te testy potwierdzają istotne zróżnicowanie średnich wartości *ASI* między klasami agregatów.

Trójczynnikiem analizę wariancji przeprowadzono dla danych zawartych w tabeli 18 w następującym układzie czynników: A – gleby, B – metody oznaczania wodoodporności, C – klasy agregatów. Najbardziej istotne zróżnicowanie wskaźników trwałości wystąpiło między klasami agregatów.

Za pomocą 95% przedziałów ufności Tukey'a uzyskano możliwość wnioskowania ilościowego. Długość przedziału ufności wynosi 0,62. Rysunek 11 przedstawia uśrednione po wszystkich glebach i metodach wskaźniki trwałości dla klas wraz z ich przedziałami ufności Tukey'a. Wśród klas agregatów można wyróżnić trzy grupy (I, II, III), istotnie różniące się między sobą średnimi: I – o najmniejszych wskaźnikach trwałości (klasa 2; średni wskaźnik 2,2), II – o pośrednich wartościach wskaźnika (klasy 5, 4 i 1; średnie wskaźniki w granicach od 3,7 do 3,8) i III – o największych wskaźnikach (klasy 6 i 3; średnie wskaźniki równe odpowiednio 5,3 oraz 5,7).



Rys. 11. Średnie wskaźniki odporności klas agregatów (ASI) wraz z 95% przedziałami ufności Tukey’a

Fig. 11. Mean indices of aggregate classes stability (ASI) with Tukay’s 95% confidence level intervals

Fakt nieoczekiwanie wysokich wskaźników trwałości dla frakcji 1-3 mm jest tym bardziej zaskakujący, że w przyjętej klasyfikacji frakcja ta sąsiaduje z frakcją agregatów 3-5 mm, o najniższych wskaźnikach trwałości. Jest wysoce prawdopodobne, że przyczyną jest niewłaściwy dobór zestawu sit. Hipotezę tę potwierdzają również rozkłady częstości agregatów na wejściu (tab. 21). Wynika z nich, że już przesiewanie agregatów “na sucho” powoduje występowanie nieoczekiwanego maksimum częstości (przynajmniej lokalnego) dla frakcji agregatów o średnicach 1-3 mm w porównaniu ze stosunkowo niską frekwencją agregatów poprzedniej klasy. W związku z tym również postać rozkładów częstości agregatów na wyjściu (tab. 21) jest także następstwem używanego zestawu sit.

Oszacowanie częstości agregatów trwałych i ulegających rozpadowi

Wskaźnik trwałości agregatów ASI uwzględnia wszystkie częstości tablicy przejścia. Niekiedy jednak może być przydatny tylko zakres odsetka agregatów, które mogą ulec rozpadowi, bez wnikania w to, jak dalece ten rozpad sięga. W celu wykonania takiego zestawienia wyznaczono ekstremalne tablice przejścia dla testowanych próbek glebowych. Przykładowe ekstremalne tablice przejścia T_{max}

i T_{min} dla czarnoziem (metoda deszczowania) przedstawiono w tabeli 26. Dla każdej z tych tablic obliczono rozkłady częstości diagonalnych. Korzystając z nich oraz z odpowiadających im rozkładów częstości diagonalnych, obliczonych na podstawie tablic T_{test} (tab. 24), zestawiono tabelę 27. Zawiera ona oszacowany zakres rozpadu agregatów analizowanych gleb oraz faktyczny odsetek agregatów, które uległy rozpadowi. Ten odsetek agregatów rzeczywiście mieści się w obliczonych granicach rozpadu. Stosunkowo najkrótsze przedziały częstości rozpadu agregatów otrzymano dla próbek poddanych deszczowaniu, a najdłuższe – poddanych przesiewaniu na mokro. Wpływ gleb okazał się mniej wyraźny. Ponadto, maksymalna różnica częstości szeregów kumulacyjnych (tab. 22) jest rzeczywiście dobrym oszacowaniem minimalnego odsetka agregatów ulegających rozpadowi. Korzystając z wymienionych rozkładów częstości diagonalnych, można skonstruować podobną tabelę dla oszacowania częstości

Tabela 26 Ekstremalne tablice przejścia T_{max} i T_{min} , odpowiadające największej i najmniejszej trwałości agregatów próbki gleby czarnoziem (metoda deszczowania)

Table 26. Extreme transition tables, T_{max} and T_{min} , respective of the greatest and the lowest stability of a Haplic Phaezem sample (rainfall method)

T_{max}

5-10	3-5	1-3	0,5-1	0,25-0,5	<0,25	Frakcje agregatów Fractions of aggregates,	
0,18	0,10	0,28	0,16	0,10	0,18	=1,00	mm
<u>0,10</u>						0,10	5-10
0,01	<u>0,10</u>					0,11	3-5
0	0	<u>0,27</u>				0,27	1-3
0,01	0	0,01	<u>0,16</u>			0,18	0,5-1
0,01	0	0	0	<u>0,10</u>		0,11	0,25-0,5
0,05	0	0	0	0	<u>0,18</u>	0,23	<0,25

T_{min}

5-10	3-5	1-3	0,5-1	0,25-0,5	<0,25	Frakcje agregatów Fractions of aggregates,	
0,18	0,10	0,28	0,16	0,10	0,18	=1,00	mm
<u>0,10</u>						0,10	5-10
0,08	<u>0,03</u>					0,11	3-5
0	0,07	<u>0,20</u>				0,27	1-3
0	0	0,08	<u>0,10</u>			0,18	0,5-1
0	0	0	0,06	<u>0,05</u>		0,11	0,25-0,5
0	0	0	0	0,05	<u>0,18</u>	0,23	<0,25

agregatów, które nie ulegną rozpadowi, czyli przetrwają destrukcyjne działanie wody. Ich dolnym ograniczeniem jest suma częstości ostatniej niezerowej klasy na wejściu i pierwszej niezerowej klasy na wyjściu. Suma ta jest jednak zbyt zaniżonym oszacowaniem części agregatów, które nie ulegną rozpadowi, co wynika z sumy elementów głównej przekątnej tablicy T_{min} (tab. 26).

Tabela 27. Przewidywany i faktyczny odsetek agregatów ulegających rozpadowi oraz możliwy ich zakres w analizowanych próbkach glebowych (%)

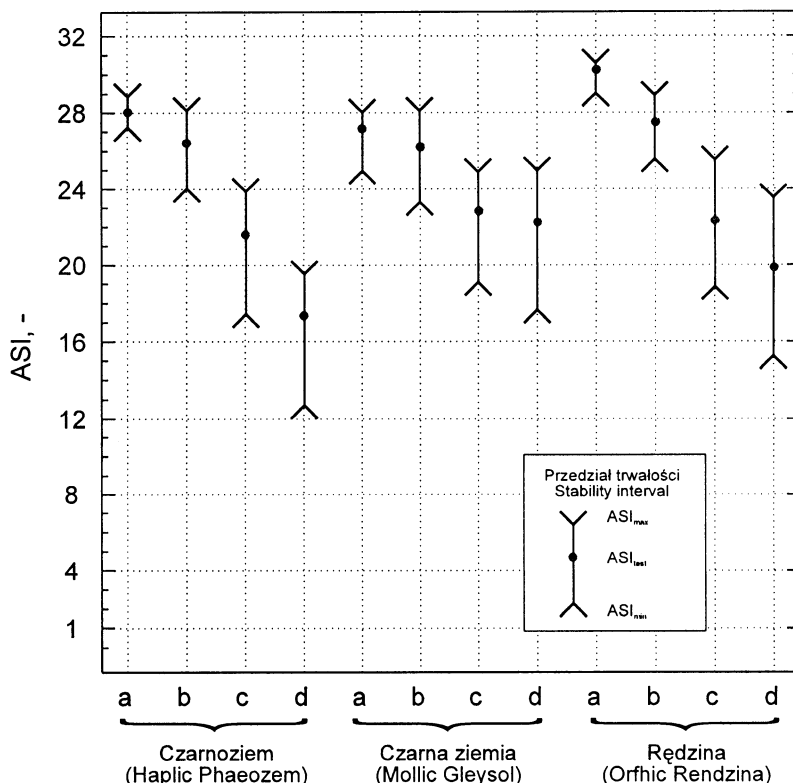
Table 27. Predicted and factual percentage of aggregates subject to desintegration and their possible range in the analysed soil samples

Gleba Soil	Metoda Method	Przewidywany rozpad Predicted desintegration		Zakres rozpadu Range of desintegration	Faktyczny rozpad Factual desintegration
		min	max	max-min	
Czarnoziem <i>Haplic</i> <i>Phaeozem</i>	a	9	34	25	15
	b	14	49	35	27
	c	29	76	47	44
	d	45	82	37	57
Czarna ziemia <i>Mollic</i> <i>Gleysol</i>	a	15	44	29	22
	b	13	52	39	27
	c	25	67	42	39
	d	24	78	54	42
Rędzina <i>Orthic</i> <i>Rendzina</i>	a	7	18	11	8
	b	11	40	29	22
	c	23	76	53	45
	d	29	85	56	51

Oznaczenie metod (a, b, c, d) – jak w tab. 21 / Denotations of methods (a, b, c, d) – as in tab. 21.

Przedziały trwałości i zakres trwałości agregatów próbek glebowych

Wyznaczone dla agregatów każdej próbki glebowej trójki wskaźników ASI_{min} , ASI_{max} i ASI_{test} stanowią podstawę do analizy ich trwałości. Na rysunku 12 przedstawiono przedziały trwałości wszystkich badanych próbek w układzie *metody wewnątrz gleb*. Można zauważyć, że w każdym przypadku wartość ASI_{test} znajduje się w przedziale trwałości. Oznacza to, że zastosowana metoda określania granic przedziału trwałości pod względem formalnym daje poprawne wyniki. W obrębie każdej z gleb przedziały te są tym dłuższe, im bardziej drastyczne metody stosowano do oznaczania wodoodporności agregatów. Zatem zakres możliwych zmian agregacji jest ściśle związany z zastosowanym czynnikiem destrukcyjnym.



Rys. 12. Przedziały trwałości agregatów próbek glebowych czarnoziem, czarnej ziemi i rędziny, których wodoodporność oznaczano metodami: a – deszczowania, b – 1 cyklu nawilżania-osuszania, c – 10 cykli nawilżania-osuszania, d – przesiewania na mokro

Fig. 12. Intervals of aggregates stability for *Haplic Phaeozem*, *Mollic Gleysol*, and *Rendzina* soils samples of which water impact stability was derived using the following methods: a – rainfall, b – wetting-drying cycles method (1 cycle), c – wetting-drying cycles method (10 cycles), and d – wet sieving method

Znalezione pary wskaźników ekstremalnych, ASI_{min} i ASI_{max} także pod tym względem są formalnie poprawnie. Łagodne oddziaływania na gleby (deszcz), nie mogą powodować dużego zróżnicowania trwałości agregatów glebowych – możliwe zmiany będą zawierać się w wąskim przedziale, w przeciwieństwie do oddziaływania gwałtownej ulewy lub powodzi. Glebą o najbardziej zróżnicowanej reakcji na metody oznaczania wodoodporności okazała się rędzina, gdyż jej przedziały są najbardziej zróżnicowane pod względem długości – od 1,3 (dla metody deszczowania) do 8,3 (dla metody przesiewania w wodzie).

Stosując określenia podane w Rozdz. 4.10, w obrębie gleb przedziały trwałości “sąsiednich” metod można scharakteryzować jako co najmniej parami bliskie.

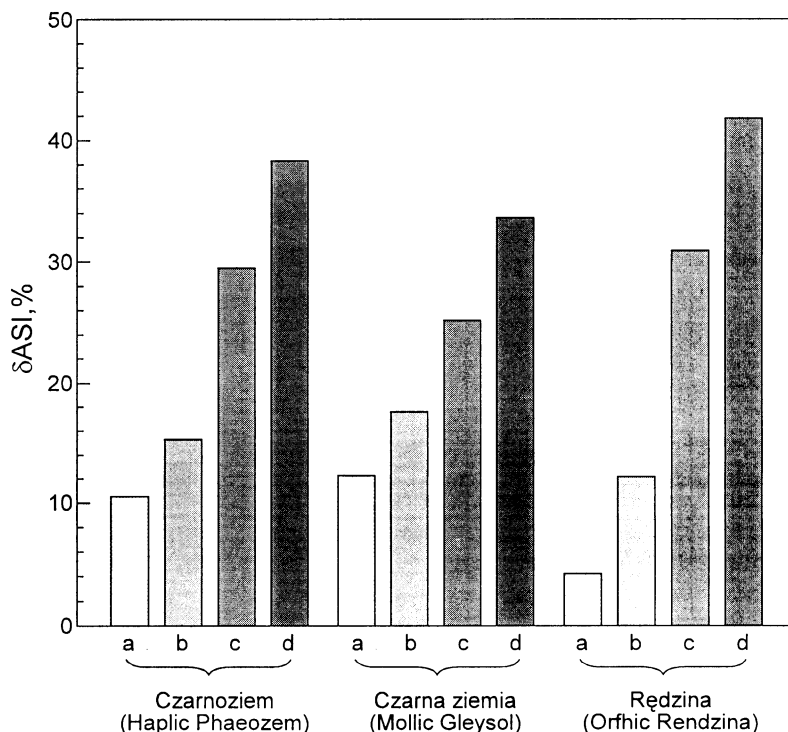
W przypadku czarnej ziemi są one nawet parami podobne (deszczowanie i 1 cykl nawilżania-osuszania, 10 cykli nawilżania-osuszania i przesiewanie na mokro).

Względny zakres trwałości

Może się zdarzyć, że dwa różne przedziały trwałości mają tę samą długość (czyli jednakowy zakres trwałości, ΔASI), lecz odmienne usytuowanie na skali trwałości. Za przykład takiej pary mogą posłużyć przedziały trwałości dla czarnoziem: 10 cykli nawilżania – osuszania oraz metoda przesiewania na mokro (rys. 12). Za ilustrację odmiennego przypadku może posłużyć para przedziałów trwałości dla czarnoziem i czarnej ziemi, których agregaty były poddane jednemu cyklowi nawilżania-osuszania. Zgodnie z przyjętymi określeniami, pierwsza para przedziałów, to przedziały bliskie, a druga – podobne. Wskaźniki trwałości dla obu próbek drugiej pary mają zbliżone wartości (odpowiednio: 26,4 i 26,2) lecz drugi z przedziałów jest wyraźnie dłuższy (dla czarnoziem $\Delta ASI = 4,0$, a dla czarnej ziemi – 4,6). Ilościowym sposobem porównania zakresów trwałości podanych par próbek glebowych jest obliczenie dla nich względnych zakresów trwałości, δASI . Na rysunku 13 przedstawiono (w tym samym układzie, jak na rysunku 12) wskaźniki δASI dla wszystkich badanych próbek glebowych. Wskaźnik δASI pozwala na wyraźniejsze rozróżnienie obu par próbek glebowych pod względem ich trwałości. Wskaźniki δASI dla pierwszej pary (29,5% – dla 10 cykli nawilżania-osuszania, 38,3% dla metody przesiewania na mokro) wskazują na znacznie większą trwałość agregatów pierwszej próbki. W przypadku drugiej pary porównywanych próbek (dla czarnoziem $\delta ASI = 15,3\%$, a dla czarnej ziemi $\delta ASI = 17,6\%$), trudno uznać agregaty pierwszej próbki za znacząco bardziej trwałe od drugiej, gdyż odległość między oboma wskaźnikami (2,3%) na skali procentowej jest zbyt mała.

Wskaźnik jakości zmian agregacji

Wskaźnik $qASI$ jest względną miarą usytuowania ASI_{test} wewnątrz przedziału trwałości. Przedział ten określa zakres zmian wskaźnika ASI_{test} wszystkich próbek glebowych o tej samej parze rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu. Próbkom o bardziej trwałej strukturze agregacji przypisywane są większe wskaźniki ASI_{test} , bliższe ASI_{max} . Tym samym próbki takie charakteryzowane są wyższymi wskaźnikami $qASI$. Wartości $qASI$ dla testowanych próbek gleb przedstawia rysunek 14. Najbardziej korzystnym wskaźnikiem jakości zmian agregacji charakteryzowała się rędzina po deszczowaniu ($qASI = 88,1\%$). Dla



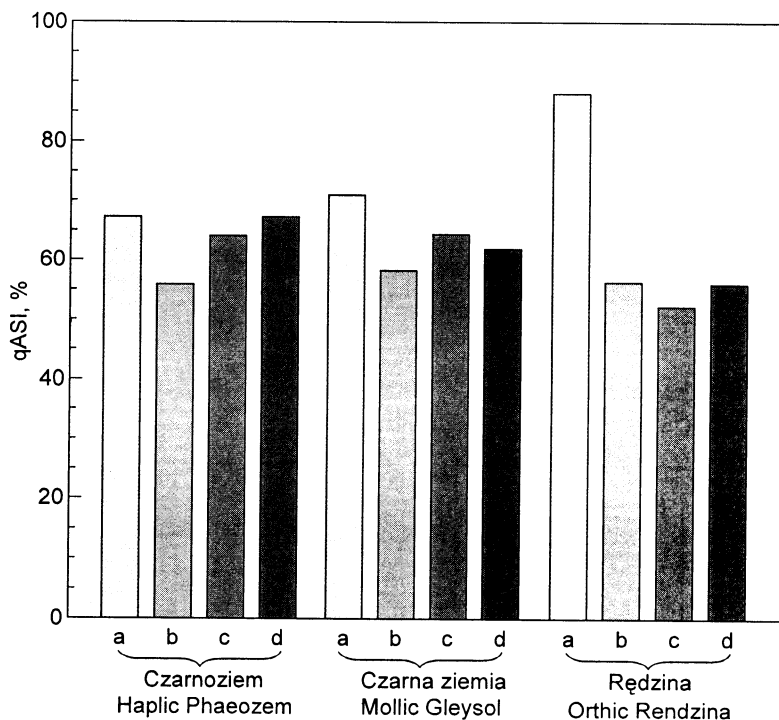
Rys. 13. Wartości wskaźnika δASI (%) dla próbek glebowych czarnoziem, czarnej ziemi i rędziny, których wodoodporność oznaczano metodami: a – deszczowania, b – 1 cyklu nawilżania-osuszania, c – 10 cykli nawilżania-osuszania, d – przesiewania na mokro

Fig. 13. δASI index for *Haplic Phaeozem*, *Mollic Gleysol*, and *Orthic Rendzina* soils samples of which water impact stability was derived using the following methods: a – rainfall, b – wetting-drying cycles method (1 cycle), c – wetting-drying cycles method (10 cycles) and d – wet sieving method

pozostałych próbek gleb $qASI$ był nie mniejszy niż 52,3% czyli ich ASI_{test} znajdował się powyżej środka przedziału trwałości. Zatem “względną jakość” zmian agregacji tych próbek należy uznać za lepszą od przeciętnej.

6.4.2. Zmiany dwukierunkowe

W poprzednim rozdziale założono, że agregaty glebowe mogą rozpadać się na mniejsze lub pozostawać bez zmian. W niniejszym rozdziale podjęto próbę rozszerzenia proponowanej metody analizy zmian agregacji na sytuacje, kiedy pod wpływem wody mogą wystąpić oba kierunki zmian jednocześnie, to znaczy procesy rozpadu i sklejania się agregatów.



Rys. 14. Wartości wskaźnika jakości zmian agregacji $qASI$ (%) dla czarnoziem, czarnej ziemi i rędziny. Wodoodporność agregatów oznaczano metodami: a – deszczowania, b – 1 cyklu nawilżania-osuszania, c – 10 cykli nawilżania-osuszania, d – przesiewania na mokro

Fig. 14. Values of quality change aggregation indices $qASI$ (%) for *Haplic Phaeozem*, *Mollic Gleysol*, and *Orthic Rendzina* soils samples. Water stability of aggregates was determined by methods: a – rainfall, b – 1 cycle of wetting-drying, c – 10 cycles of wetting-drying, and d – wet sieving

Rozszerzoną wersję metody opracowano na podstawie analizy symulowanych procesów rozpadu i sklejanie się agregatów. Wybrano w tym celu najbardziej charakterystyczne typy domniemanych rozkładów częstości agregatów na wejściu (przed działaniem wody) i na wyjściu (po działaniu wody). Rozpatrywano następujące typy rozkładów: równomierny, rosnący, malejący, oraz z wyraźnie dominującym maksimum lub minimum częstości agregatów w klasie środkowej. Rozpatrywano również przypadki rozkładów zredukowanych, nawet do jednej klasy.

Na podstawie tych badań stwierdzono, że oba kierunki zmian jednocześnie (rozpad i sklejanie się agregatów) teoretycznie mogą występować dla dowolnych typów rozkładów na wejściu i na wyjściu. Jednakże w porównaniu z modelami zmian jednokierunkowych (tylko rozpad, albo tylko sklejanie się agregatów), występuje bardzo duża zmienność wskaźnika trwałości (ASI). Wiąże się to ze

znacznie większą liczbą stopni swobody dla częstości tablicy przejścia w przypadku, gdy jest ona pełna. Największy zakres możliwych zmian wskaźnika trwałości odnotowano w przypadku, gdy rozkłady częstości agregatów na wejściu i na wyjściu były identyczne (z minimum częstości występującym w środkowej klasie). Wówczas wskaźnik ASI mógł przyjmować wartości od 1,5 do 32, podczas gdy cała jego skala jest przedziałem od 0,5 do 32. Pozwala to zdać sobie sprawę z rozmiaru zmian, jakie (przynajmniej teoretycznie) mogą wystąpić w próbie gleby o określonych rozkładach częstości agregatów na wejściu i na wyjściu. Najmniejsze, bezwzględne zakresy $\Delta ASI \approx 14,5$, odnotowano w przypadkach, gdy rozkład z częstościami malejącymi (wejściowy) przekształcał się w rozkład z częstościami rosnącymi lub w rozkład z maksimum w klasie środkowej (rozkłady wyjściowe). Zmiana ról tych rozkładów dawała te same wyniki, gdyż przyjęte wagi były równe zarówno dla rozpadu jaki i sklejania się agregatów o tę samą liczbę klas.

Te symulowane badania na różnorodnych rozkładach częstości na wejściu i na wyjściu pozwoliły również zbudować tabelę 19, za pomocą której można rozpoznać, na podstawie różnic częstości skumulowanych, jakich zdarzeń (rozpad, sklejanie, odporność) należy się spodziewać w przypadku dowolnej próbki glebowej klasy Ξ , czyli próbki o znanej parze rozkładów częstości agregatów na wejściu i na wyjściu.

Materiał badawczy i metodyka oznaczania wodoodporności

W celu rozpoznania faktycznego odsetka agregatów, które mogą się sklejać i wypróbowania metody na danych eksperymentalnych, wykonano wstępne doświadczenia na próbkach tych samych trzech gleb (czarnoziem, czarna ziemia i rędzina). Ich wodoodporność oznaczano metodą cykli nawilżania i osuszania (1 i 10 cykli). Stwierdzono, że maksymalnie 10% agregatów ulegało sklejaniu, co potwierdziło wyniki otrzymane przez Witkowską-Walczak [85]. Sklejone agregaty uzyskiwano na górnych sitach badanej frakcji. Przesiewanie przez dalsze, bardziej odległe sita zestawu dawały zbyt znikome ilości agregatów, aby mogły być brane pod uwagę w analizie ilościowej.

Rozkłady częstości agregatów na wejściu i na wyjściu, ich szeregi kumulacyjne i dystrybuanty

W tabeli 28 zamieszczono rozkłady częstości dla testowanych próbek glebowych przed i po działaniu wody, a w tabeli 29 – ich szeregi kumulacyjne i odpowiadające im różnice. Z tabeli 29 wynika, że dla wszystkich próbek, z wyjątkiem ostatniej (rędzina, 10 cykli nawilżania-osuszania), musiały wystąpić procesy sklejania się agregatów. Mogły one iść w parze z rozpadem agregatów, bądź też towarzyszyć zarówno rozpadowi jak i ich niezmienności. W przypadku ostatniej próbki gleby można było się spodziewać, że jej agregaty, oprócz dwu wymienionych możliwości, mogłyby ulegać rozpadowi, któremu towarzyszyłaby niezmiennosc części agregatów.

Ekstremalne wartości różnic stanowią ocenę minimalnego odsetka agregatów, które mogły ulec sklejaniu i rozpadowi. Z tabeli 29 wynika, że w próbkach czarnoziem i czarnej ziemi rozpadowi mogło ulec co najmniej 1% agregatów, a w próbce glebowej agregatów rędziny po 1 cyklu – 5% agregatów. W próbce rędziny poddanej 10 cyklom nawilżania – osuszania mogły nie wystąpić agregaty

Tabela 28. Rozkłady częstości (%) agregatów testowanych próbek glebowych na wejściu (przed działaniem wody) i na wyjściu (po działaniu wody) – zmiany dwukierunkowe

Table 28. Frequency distribution (%) of aggregates in the tested soil samples on the input (before water impact) and on the output (after water impact) – bi-directional changes

Gleba Soil	Liczba cykli n.-o. Number of wetting-drying cycles		Klasy agregatów / Classes of aggregates							
			0	1	2	3	4	5	6	
			Frakcje, mm / Fractions, mm							
			>10	5-10	3-5	1-3	0,5-1	0,25-0,5	0-0,25	
Czarnoziem <i>Haplic</i> <i>Phaeozem</i>	1	I	0	18	10	28	16	10	18	
		O	1	13	7	23	16	16	24	
	10	I	0	18	10	28	16	10	18	
		O	1	6	5	18	14	20	36	
Czarna ziemia <i>Mollic</i> <i>Gleysol</i>	1	I	0	22	10	19	13	17	19	
		O	1	12	10	15	14	27	21	
	10	I	0	22	10	19	13	17	19	
		O	1	5	7	13	15	32	27	
Rędzina <i>Orthic</i> <i>Rendzina</i>	1	I	0	28	11	23	14	11	13	
		O	0	17	14	23	14	24	8	
	10	I	0	28	11	23	14	11	13	
		O	0	11	10	19	18	22	20	

I – Wejście, O – Wyjście / I – Input, O – Output.

Tabela 29. Szeregi kumulacyjne (%) rozkładów częstości agregatów testowanych próbek glebowych na wejściu (przed działaniem wody) i na wyjściu (po działaniu wody) oraz ich różnice r_i ($i=0, 1, \dots, 6$) – zmiany dwukierunkowe

Table 29. Cumulative series of frequency distribution (%) of aggregates in the tested soil samples on the input (before water impact) and on the output (after water impact) and their differences r_i ($i=0, 1, 2, \dots, 6$) – bi-directional changes

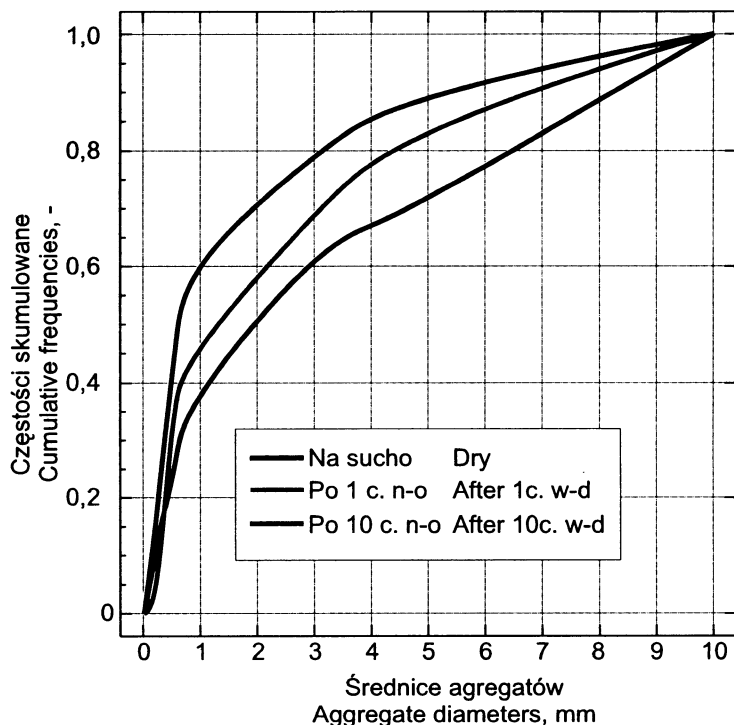
Gleba Soil	Liczba cykli n.-o. Number of wetting-drying cycles		Klasy agregatów / Classes of aggregates						
			0	1	2	3	4	5	6
Czarnoziem <i>Haplic Phaeozem</i>	1	I	0	18	28	56	72	82	100
		O	1	14	21	44	60	76	100
		r_i	-1	4	7	12	12	6	0
	10	I	0	18	28	56	72	82	100
		O	1	7	12	30	44	64	100
		r_i	-1	11	16	26	28	18	0
Czarna ziemia <i>Mollic Gleysol</i>	1	I	0	22	32	51	64	81	100
		O	1	13	23	38	52	79	100
		r_i	-1	9	9	13	12	2	0
	10	I	0	22	32	51	64	81	100
		O	1	6	13	26	41	73	100
		r_i	-1	16	19	25	23	8	0
Rędzina <i>Orthic Rendzina</i>	1	I	0	28	39	62	76	87	100
		O	0	17	31	54	68	92	100
		r_i	0	11	8	8	8	-5	0
	10	I	0	28	39	62	76	87	100
		O	0	11	21	40	58	80	100
		r_i	0	17	18	22	18	7	0

I – Wejście, O – Wyjście; max (r_i) dla danej próbki gleby oznaczono **tlustym** drukiem;

I – Input, O – Output; max (r_i) for each of soil sample is marked by **bold**.

powstałe w wyniku sklejanía. Oceny minimalnego odsetka agregatów, które mogły ulec rozpadowi dla kolejnych próbek glebowych są następujące: 12, 28, 13, 25, 11, 22%. Stąd wniosek, że po 10 cyklach nawilżania-osuszania, minimalny odsetek agregatów, który może powstać w wyniku rozpadu jest około dwukrotnie wyższy (wagowo) niż po 1 cyklu.

Pomocniczym zagadnieniem było dokładniejsze zbadanie empirycznych dystrybuant i rozkładów częstości agregatów dla próbek gleb, na podstawie których testowano działanie metody. Na rysunku 15 przedstawiono wykresy



Rys. 15. Wykresy dystrybuant empirycznych rozkładów częstości agregatów dla próbek glebowych rędziny – po przesiewaniu na sucho, po 1 i po 10 cyklach nawilżania-osuszania

Fig. 15. Cumulative empirical distributions of aggregate frequencies for *Orthic Rendzina* soil samples – after: dry sieving, 1 cycle and 10 cycles of wetting-drying

dystrybuant rozkładów częstości agregatów rędziny – przed działaniem wody (oznaczane na sucho), oraz po 1 i po 10 cyklach nawilżania-osuszania. Na osi odciętych podane są średnice agregatów w mm, a na osi rzędnych – odpowiadające im, przybliżone częstości.

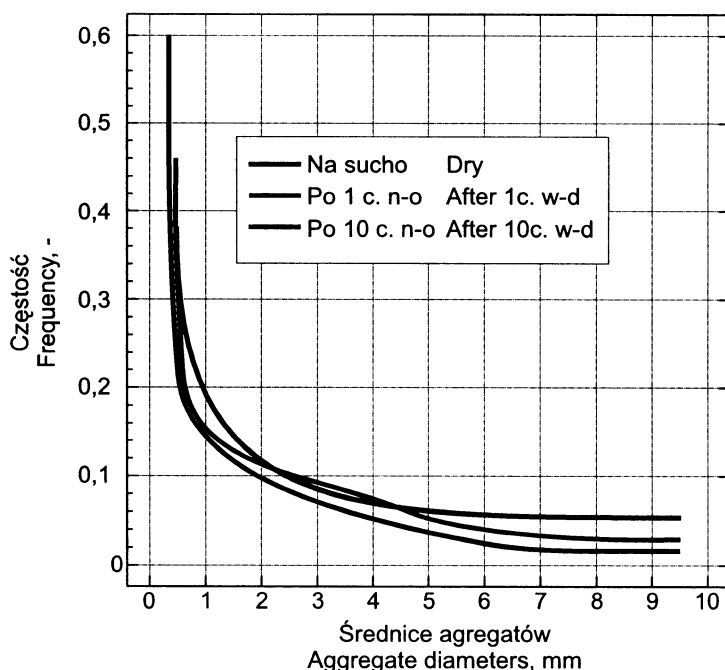
Otrzymane wykresy są anty-dystrybuantami dla poprzednio rozpatrywanych rozkładów częstości, stabilizowanych zgodnie z numeracją klas agregatów (tabela 28). Z tego powodu, na rysunku 15, wykres dystrybuanty odpowiadający rozkładowi wejściowemu znajduje się pod wykresami dystrybuant rozkładów wyjściowych (po 1 i po 10 cyklach nawilżania-osuszania). Dystrybuanty tych rozkładów są funkcjami wklęsłymi. Wystąpiły pewne zaburzenia regularności ich kształtu dla agregatów o średnicy powyżej 3 mm (szczególnie dla przesiewania na sucho). Mogły one być spowodowane błędami pomiarów lub opisanymi wcześniej

właściwościami układu sit, szczególnie dla frakcji 1-3 mm. Po 10 cyklach nawilżania – osuszania zaburzenia niwelują się, a wykresy częstości przyjmują bardziej regularny kształt. W pobliżu początku układu współrzędnych wykres odpowiadający przesiewaniu na sucho przeplata się z wykresem dla 1 cyklu nawilżania-osuszania. Zatem para tych rozkładów odpowiada zmianom dwukierunkowym, co jest potwierdzeniem wcześniejszego spostrzeżenia. Natomiast para dystrybuant rozkładów dla przesiewania na sucho i po 10 cyklach nawilżania-osuszania, poza wspólnym początkiem i końcem wykresów, nie ma punktów wspólnych (a więc i przeplotów). W tym przypadku sklejanie się agregatów mogło, lecz nie musiało wystąpić.

Na rysunku 16 przedstawiono wykresy rozkładów częstości agregatów rędziny – przed działaniem wody (oznaczane na sucho), oraz po 1 i po 10 cyklach nawilżania-osuszania. Otrzymane rozkłady częstości mają charakter malejący. Postaci otrzymanych wykresów przypominają wykresy gęstości prawdopodobieństwa rozkładu wykładniczego o różnych średnich. Jednakże wygenerowane rozkłady wykładnicze z tymi samymi średnimi (tzn. średnimi średnicami agregatów: 2,21 mm – dla przesiewania na sucho, 1,74 mm – po 1 cyklu nawilżania-osuszania i 1,33 mm – po 10 cyklach nawilżania-osuszania) nie dały zadowalających porównań. W celu uzyskania lepszej aproksymacji danych źródłowych za pomocą jednego z wybranych, znanych rozkładów prawdopodobieństwa należałoby dysponować większą liczbą obserwacji, tzn. wykonać oznaczanie rozkładu częstości agregatów dla większej liczby klas agregatów.

Tablice przejścia, rozkłady częstości diagonalnych i wartości ASI_{test}

Przykładową tablicę przejścia T_{test} dla rędziny po 1 i po 10 cyklach nawilżania-osuszania przedstawiono w tabeli 30. Po 1 cyklu sklejanu uległo 10% agregatów, a po 10 cyklach – 8%. W tabeli 31 dla wszystkich badanych próbek zestawiono przewidywane zakresy (górne wiersze tabeli) i faktyczny odsetek agregatów (dolne wiersze tabeli), które uległy rozpadowi, sklejanu i odpornych na działanie wody. Wartości faktyczne otrzymano z tablic T_{test} , natomiast ich przewidywane zakresy – na podstawie ekstremalnych tablic przejścia T_{min} i T_{max} , po zestawieniu odpowiadających im, uproszczonych rozkładów diagonalnych **Diag*** = [D_S , D_O , D_R]. Najkrótsze zakresy otrzymano dla agregatów ulegających sklejanu, a najdłuższe – dla odpornych. Dla czarnoziem, po 1 cyklu nawilżania-osuszania, zakres ten sięgał od 0% do 87% wszystkich agregatów.



Rys. 16. Wykresy rozkładów częstości agregatów dla próbek glebowych rędziny – po przesiewaniu na sucho, po 1 i po 10 cyklach nawilżania-osuszania

Fig. 16. Distributions of aggregate frequencies for *Orthic Rendzina* soil samples – after: dry sieving, 1 cycle and 10 cycles of wetting-drying

Ekstremalne tablice przejścia znajdowano za pomocą algorytmu simpleks programowania liniowego. Stosując ten algorytm oraz procedurę opisaną w Rozdz. 6.3.2., udało się poprawić (tzn. obniżyć) niektóre górne ograniczenia zakresów częstości dla sklejania się agregatów: czarna ziemia, po 1 cyklu: z 47 na 42%; czarna ziemia, po 10 cyklach: z 41 na 37%; rędzina, po 1 cyklu: z 44 na 41%.

Faktyczny odsetek agregatów, które uległy rozpadowi w przypadku każdej próbki glebowej sytuował się poniżej środka przewidywanego zakresu, natomiast tych, które uległy sklejaniu – był bliższy dolnego krańca zakresu. Z kolei w przypadku agregatów odpornych – bliższy był górnego krańca.

Zwraca uwagę fakt, że po 10 cyklach nawilżania-osuszania w stosunku do 1 cyklu, u każdej z gleb wyraźnie wzrastał odsetek agregatów, które uległy rozpadowi, jednak wzrost ten nie był aż dwukrotny, jak wynikało to z ocen

Tabela 30. Tablice przejścia dla rędziny, po 1 i po 10 cyklach nawilżania-osuszania (zmiany dwukierunkowe)

Table 30. Transition table for *Orthic Rendzina* soil after 1 and 10 wetting-drying cycles (bi-directional changes)

10-5 mm	5-3 mm	3-1 mm	1-0,5 mm	0,5-0,25 mm	<0,25 mm	Suma po klasach Sum over classes 1,00
0,28	0,11	0,23	0,14	0,11	0,13	
0	0	0	0	0	0	>10 mm 0
0,17	0	0	0	0	0	10-5 mm 0,17
0,05	0,08	0,01	0	0	0	5-3 mm 0,14
0,02	0,02	0,18	0,01	0	0	3-1 mm 0,23
0,01	0	0,02	0,10	0,01	0	1-0,5 mm 0,14
0,02	0,01	0,02	0,03	0,09	0,07	0,5-0,25 mm 0,24
0,01	0	0	0	0,01	0,06	<0,25 mm 0,08

10-5 mm	5-3 mm	3-1 mm	1-0,5 mm	0,5-0,25 mm	<0,25 mm	Suma po klasach Sum over classes 1,00
0,28	0,11	0,23	0,14	0,11	0,13	
0	0	0	0	0	0	>10 mm 0
0,11	0	0	0	0	0	10-5 mm 0,11
0,05	0,05	0	0	0	0	5-3 mm 0,10
0,03	0,02	0,13	0,01	0	0	3-1 mm 0,19
0,03	0,01	0,05	0,08	0,01	0	1-0,5 mm 0,18
0,04	0,02	0,03	0,04	0,03	0,06	0,5-0,25 mm 0,22
0,02	0,01	0,02	0,01	0,07	0,07	<0,25 mm 0,20

Tabela 31. Przewidywane zakresy (%) rozpadu (R) sklejanania (S) i odporności (O) agregatów (górne wiersze), ich faktyczny odsetek (dolne wiersze) oraz wartości wskaźnika trwałości agregatów (*ASI*) dla testowanych próbek glebowych (zmiany dwukierunkowe)

Table 31. Predicted ranges (%) of aggregates disintegration (R), formation (S) and stability (O) (top lines), their factual percentage (bottom lines) and values of aggregate stability index (*ASI*) for the tested soil samples (bi-directional changes)

Gleba Soil	Liczba cykli nawilż.-osusz. Number of wetting-drying cycles	R	S	O	<i>ASI</i>
Czarnoziem <i>Haplic</i>	1	12-56 27	1-44 9	0-87 64	25,0
<i>Phaeozem</i>	10	28-70 44	1-30 7	0-71 49	20,5
Czarna ziemia	1	13-53 27	1-47 10	0-86 63	24,6
<i>Mollic</i>	10	25-59 39	1-41 4	0-74 57	22,2
<i>Gleysol</i>					
Rędzina <i>Orthic</i>	1	11-56 22	5-44 10	0-84 68	25,9
<i>Rendzina</i>	10	22-62 45	0-38 8	0-78 47	21,0

dolnego zakresu rozpadu. Wzrost częstości agregatów, które uległy rozpadowi odbywał się zarówno kosztem agregatów odpornych jak i sklejających się.

Odsetki agregatów ulegających rozpadowi, sklejanianiu i odpornych były bardzo podobne dla wszystkich gleb. Wyraźne zróżnicowanie pod tym względem wystąpiło tylko w wyniku zastosowania zwiększonej liczby cykli nawilżania-osuszania. Tę prawidłowość potwierdzają wartości *ASI_{test}* podane w ostatniej kolumnie. Niezależnie od gleb wskaźniki trwałości agregatów były wyższe po 1 cyklu niż po 10 cyklach, ale były bardzo wyrównane w obrębie każdej z tych metod. Potwierdza to wcześniej dokonaną obserwację, że na wartość *ASI* znacznie mniejszy wpływ wywierały gleby niż metody oznaczania wodoodporności.

Trwałość poszczególnych klas agregatów

Relacje między trwałością agregatów poszczególnych klas dla badanych próbek gleb były bardzo podobne do tych, które wystąpiły w przypadku zmian jednokierunkowych. Prawdopodobnie przyczyna tkwi w tym, że odsetek

agregatów, które mogły mieć wpływ na zmiany (czyli tych, które uległy sklejanu) był niewielki. Klasą agregatów o najwyższej odporności była frakcja 1-3 mm (średnia $ASI = 5,3$), a o najniższej odporności – frakcja z nią sąsiadująca (3-5 mm) (średnia $ASI = 2,0$) oraz frakcje 0,5-1 i 0,25-0,5 mm (średnie $ASI = 3,5$). Skrajne frakcje agregatów (5-10 mm i 0-0,25 mm) miały średnie wartości ASI równe odpowiednio: 4,1 i 4,8.

Miary trwałości agregatów

Tabela 32 zawiera wartości ASI_{max} oraz ASI_{min} dla analizowanych próbek glebowych bez wprowadzania limitu dla agregatów mogących się sklejać oraz przy limitach równych: 40, 20, 10, 5 i 1%. Wartość ASI_{max} nie zależała od wprowadzonego limitu – była stała. W prawej kolumnie, dla porównania, zamieszczono wartości ASI_{test} . Przy pierwszym limicie (40%) wartości ASI_{min} albo jeszcze nie ulegały zmianie, albo tylko nieznacznie rosły. Kolejne obniżanie limitu powodowało już znaczące przyrosty ASI_{min} . W przypadku rędziny, po 1 cyklu nawilżania osuszania możliwość dalszego zmniejszania limitu zakończyła się przy 5%. Natomiast w przypadku tej samej gleby po 10 cyklach, proces ten można było

Tabela 32. Wartości ASI_{max} , ASI_{min} (przy różnych limitach na klejenie się agregatów) i ASI_{test} dla testowanych próbek glebowych (zmiany dwukierunkowe)

Table 32. ASI_{max} , ASI_{min} values (at different limits for aggregate formation) and ASI_{test} for the tested soil samples (bi-directional changes)

Gleba Soil	Liczba cykli naw.-osusz. Number of wet.-drying cycles	ASI_{max}	ASI_{min} – dla wybranych limitów klejenia się agregatów ASI_{min} – for choosen gluing limits of aggregates						ASI_{test}
			bez limitu without limit	do 40% up to 40%	do 20% up to 20%	do 10% up to 10%	do 5% up to 5%	do 1% up to 1%	
Czarnoziem <i>Haplic</i>	1	28,5	4,4	4,7	8,8	15,9	20,2	24,3	25,0
<i>Phaeozem</i>	10	24,1	4,6	4,6	6,6	10,8	14,1	17,4	20,5
Czarna ziemia <i>Mollic</i>	1	28,2	4,2	4,3	8,7	15,5	19,9	23,7	24,6
<i>Gleysol</i>	10	24,8	4,8	4,8	7,3	11,8	15,1	18,6	22,2
Rędzina <i>Orthic</i>	1	28,3	5,0	5,1	9,9	17,0	21,8	-	25,9
<i>Rendzina</i>	10	25,9	4,3	4,3	6,7	11,5	15,4	18,8	21,0

kontynuować aż do 0%. Proces ograniczania limitu klejenia dla pozostałych próbek można było kontynuować do 1% ogółu agregatów.

Korzystając z wyników Witkowskiej-Walczak [85], jako bezpieczny limit klejenia przyjęto 20%. Dla tej właśnie wartości obliczono wszystkie wskaźniki charakteryzujące trwałość próbek glebowych, jakie stosowano w przypadku zmian jednokierunkowych: ΔASI , δASI , $qASI$ oraz nowe, uproszczone wskaźniki dla zmian dwukierunkowych: $dASI$ i ∂ASI . Ich zestawienie podano w tabeli 33. Otrzymane zakresy trwałości ΔASI okazały się jednak stosunkowo duże (od 17,6 do 19,7) i słabo różnicujące zarówno gleby, jak i metody oznaczania wodoodporności. W związku z tym wysokie są również wskaźniki δASI . Największe zróżnicowanie δASI wystąpiło u rędziny – między 1 i 10 cyklami nawilżania-osuszania. (odpowiednio: 71,1 i 91,1%). Wysoka “jakość” zmian agregacji (wskaźniki $qASI$) wszystkich próbek glebowych wynika z tego, że wewnątrz znalezionych, warunkowych przedziałów trwałości, ASI_{test} znajduje się w pobliżu ASI_{max} . Potwierdzeniem tego są wartości wskaźnika $dASI$. Jednak wartości obu tych wskaźników słabo różnicują zarówno gleby jak i metody, z wyjątkiem rędziny (86,8 i 74,6% odpowiednio dla 1 i 10 cykli nawilżania-osuszania). Stosunkowo najlepsze (gdyż największe) zróżnicowanie wśród rozpatrywanych próbek gleb otrzymano dla wskaźnika ∂ASI (od 9,4 do 23,1%). W przypadku tego wskaźnika również występuje ono dla rędziny.

Przyczyną stosunkowo słabej reakcji wszystkich podanych wskaźników na zmienność wynikającą z badanych gleb i zastosowanych metod oznaczania wodoodporności nie są same wskaźniki, lecz specyfika dwukierunkowych zmian agregacji. Należałoby się oprzeć na wynikach badań większego spektrum gleb i rozważyć przyjęcie innego, niższego limitu na sklejanie się agregatów. Z tych

Tabela 33. Wskaźniki pomocnicze dla agregatów testowanych próbek glebowych (zmiany dwukierunkowe)

Table 33. Auxiliary indices for the tested soil samples (bi-directional changes)

Gleba Soil	Liczba cykli naw.-osusz. Number of wet.-drying cycles	ΔASI	δASI (%)	$qASI$ (%)	$dASI$	∂ASI (%)
Czarnoziem	1	19,7	78,9	82,0	3,6	14,2
<i>Haplic Phaeozem</i>	10	17,6	85,8	79,1	3,7	17,9
Czarna ziemia	1	19,6	79,5	81,5	3,6	14,8
<i>Mollic Gleysol</i>	10	17,6	79,3	84,9	2,7	12,0
Rędzina	1	18,4	71,1	86,8	2,4	9,4
<i>Orthic Rendzin</i>	10	19,2	91,2	74,6	4,9	23,1

względów przedstawione wyniki badań należy potraktować jako rozpoznanie problemu analizy dwukierunkowych zmian agregacji gleb.

6.5. Dyskusja

6.5.1. Analiza jednokierunkowych zmian agregacji

Na podstawie przedstawionych wyników badań można stwierdzić, że zastosowanie do określenia miary trwałości agregatów glebowych tablic przejścia oraz odpowiednio dobranych wag, otwiera nowe, bardzo szerokie możliwości badawcze. Tablica przejścia niesie w sobie znacznie więcej informacji o zmianach agregatów glebowych pod wpływem działania badanego czynnika destrukcyjnego, aniżeli odpowiadająca jej para rozkładów częstości tych agregatów na wejściu i wyjściu. Zawiera bowiem informacje o tym, w jaki sposób rozpadły się poszczególne agregaty, które znajdowały się na wejściu i skąd pochodzą agregaty znajdujące się w poszczególnych klasach na wyjściu.

Zaletą opisaney metody jest wykorzystanie zdefiniowanego w pracy rozkładu diagonalnego, przydatnego dla jednakowych wag na kolejnych przekątnych tablicy przejścia. Na jego podstawie można porównywać również próbki gleby pod względem trwałości, a przy okazji uwidacznia się prawdopodobieństwo przetrwania agregatów (d_0) [2].

Proponowana miara trwałości agregatów – wskaźnik *ASI*, jako wartość funkcji liniowej elementów tablicy przejścia o współczynnikach będących wagami, jest bardzo wygodna zarówno z punktu widzenia jej własności, jak i prostoty rachunków. Dzięki liniowości zagwarantowana jest również addytywność tej miary, co pozwala analizować w razie potrzeby trwałość każdej z frakcji agregatów oddzielnie, a ich suma jest wskaźnikiem trwałości całej próbki glebowej.

Z przeprowadzonych badań wynika, że niezależnie od gleby i od metody określenia wodoodporności, klasa agregatów 1÷3 mm charakteryzowała się nadspodziewanie wysoką wodoodpornością. Można domniemać, że przyczyną tego fenomenu może być to, iż znaczna część produktów rozpadu tych agregatów (tzn. agregaty “połówkowe”, których pierwotne średnice były większe od 2 mm) pozostaje nadal na sicie o średnicy oczek 1 mm, przez co stwarzają pozór dużej odporności agregatów wspomnianej klasy. Żadna inna klasa agregatów (poza ostatnią) nie ma takiej własności – wszystkie inne sita użytego zestawu przepuszczają połówkowe produkty rozpadu agregatów swojej klasy. Natomiast przy oznaczaniu produktów sklejaną się agregatów, na górnym sicie (o średnicy oczek 3 mm)

zatrzymują się tylko dublety tych agregatów, których pierwotne średnice były większe od 1,5 mm, a pozostałe opadają. Wszystkie inne sita zatrzymują dublety agregatów swoich klas przy oznaczaniu frakcji agregatów sklejących się.

Agregaty ostatniej klasy (najmniejsze) charakteryzują się wysoką wodoodpornością, gdyż bez względu na wymiar górnego ograniczenia tej klasy, zawiera ona wszystkie produkty rozpadu własnej klasy (o średnicach mniejszych niż średnica oczek ostatniego sita) i znacznej części agregatów sklejących się w jej obrębie.

Tak więc, wysoka wodoodporność agregatów klasy 1-3 mm w porównaniu z agregatami sąsiednich klas raczej nie wynika z jakichś szczególnych właściwości fizycznych czy też chemicznych tych agregatów, lecz z przyjętego zakresu wymiarów tej klasy, a konkretnie – z przyjętego zestawu sit. Można przypuszczać, że właściwość sit ograniczających tę klasę agregatów ma również wpływ na wartość wskaźnika odporności dla całej próbki glebowej.

W doświadczeniach rolniczym przyjmuje się zazwyczaj przedziały klasowe o równych długościach lub takie, którym odpowiadają równe częstości. Przedziałów takich nie zaakceptowano jednak w metodach oznaczania wodoodporności [1,41,59,62]. Zresztą, każdy układ sit, który generuje klasyfikację agregatów o jednakowych długościach klas również ma podobną własność – wśród wykreowanych klas zawsze znajdzie się jedna o takiej dolnej granicy, że odpowiadające jej sito będzie zatrzymywać połówkowe produkty jego rozpadu i o takiej górnej granicy, że odpowiadające jej sito będzie przepuszczać dublety powstałe wskutek sklejan się agregatów o bliskich sobie wymiarach. Z tego powodu, siłą rzeczy taka klasa agregatów będzie klasą o pozornie wysokiej odporności, podobnie jak klasa agregatów o najmniejszych wymiarach.

W celu uniknięcia tego rodzaju błędu systematycznego w ocenie trwałości klas agregatów, dla sitowej metody oznaczania frakcji agregatów próbek glebowych, proponuje się stosować układ sit o następujących średnicach oczek: 0,25; 0,5; 1; 2; 4; 8 i 16 mm. Są to sita dwójkowe, czyli sita o wymiarach oczek będących kolejnymi potęgami liczby 2. Prawdopodobnie jednak i w tym przypadku klasa agregatów o najmniejszych wymiarach okaże się najbardziej odporna. Dobór odpowiedniego zestawu sit do określania trwałości agregatów, a więc i dobór optymalnej liczby klas oraz optymalny podział agregatów na klasy jest sprawą bardzo istotną i wymaga kontynuowania szeroko zakrojonych badań w tym kierunku.

Ujawniły się różnorodne aspekty doboru wag przy badaniu wodoodporności agregatów glebowych. Trudno już obecnie podać ostateczne rozstrzygnięcia w tej

sprawie. Wymagają one bowiem dalszych badań oraz dyskusji z udziałem specjalistów z dziedziny gleboznawstwa i upraw. Poniżej omówiono je w zarysie.

Problem priorytetów pewnych klas agregatów. Przy wyborze wag przyjęto przesłankę, aby nie narzucać priorytetów dla pewnych klas agregatów, skoro ich udział w glebach może być różnie oceniany z punktu widzenia różnych upraw [13,15]. Przyjmując zaproponowane w pracy wagi, przyjęto zasadę nieliniowego “premiowania” agregatów, które w różnym stopniu uległy destrukcyjnemu działaniu czynnika (wody), czyli rozpadowi lub sklejanii. Sprowadza się to do uwzględnienia w proponowanej mierze trwałości agregatów ich rozpadu lub sklejanii o określoną liczbę klas. Jest to rozwiązanie obiektywne, pozwala bowiem ocenić trwałość agregatów na takim poziomie, jaki wynika z przyjętego kryterium. Przydatność określonej agregacji różnych gleb dla konkretnych upraw będzie można oceniać korzystając z wyznaczonych dla nich wskaźników trwałości agregatów.

Zależność skali wskaźnika trwałości agregatów od liczby ich klas. W sensie formalnym ten problem nie stwarza kłopotu, ponieważ poprzez odpowiednią transformację można przedstawiać wskaźniki w dowolnej skali, np. $\langle 0; 100 \rangle$.

Równość wag na kolejnych przekątnych tablicy przejścia. Zaproponowane wagi mogą budzić pewne kontrowersje. Po pierwsze, agregatom wszystkich frakcji, które przetrwały (czyli pozostały w tej samej klasie) i podobnie – produktom ich rozpadu, które przeszły o tę samą liczbę klas niżej przypisane zostały jednakowe wagi. Tymczasem np. trwałość agregatów ostatniej klasy (o najmniejszych wymiarach) jest oczywista (ale tylko przy analizie zmian jednokierunkowych) w porównaniu z trwałością agregatów pierwszej klasy (o największych wymiarach). Po drugie, przyjęte wagi nie pozwalają poprzez wartość wskaźnika *ASI* rozróżniać oddziaływania kierunków zmian agregacji gleb, tzn. rozpadu lub sklejanii się agregatów. Z drugiej strony jednak zróżnicowanie zaproponowanych wag naruszyłoby prostotę konstrukcji opracowanego modelu metody. Jeśli już decydować się na zróżnicowanie wag, to takie, które zapewniłoby wzajemnie jednoznaczność: tablica przejścia $\Leftrightarrow$ wskaźnik trwałości agregatów. Sprowadza się to do konieczności pełnego zróżnicowania wag, dla całej tablicy przejścia.

Wagi dwójkowe czy dziesiętne? Wagi dwójkowe, w porównaniu z dziesiętnymi, w sposób znacznie łagodniejszy różnicują rozpad i sklekanie się agregatów i dają niezbyt rozległą skalę dla wskaźnika *ASI*. Wagi dziesiętne natomiast pozwalają na łatwe obliczanie wskaźnika, lecz generują bardzo dużą skalę. Mogą być użyteczne dla materiałów klasyfikowanych co najwyżej w czterech klasach jakości; wówczas skala sięga 1000.

Wagi liniowe. Przypisane wagi mają postać wykładniczą i jednocześnie niosą w sobie informację o liczbie klas rozpadu lub sklejanego się agregatów o 0, 1, 2, ..., 5 klas. Powstaje pytanie, czy nie prościej byłoby przypisać właśnie takie wagi elementom kolejnych przekątnych tablicy przejścia? Wymienione wagi dawałyby w efekcie wskaźnik trwałości będący średnią liczbą klas, o jaki nastąpił rozpad wszystkich agregatów badanej próbki glebowej. Jego skala, to przedział $\langle 0; 5 \rangle$ lub po ewentualnej transformacji – $\langle 0; 100 \rangle$. Zbędne byłyby wówczas tablice przejścia – do obliczenia takiego wskaźnika wystarcza znajomość rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu. Wówczas jednak całkowicie zaciera się zróżnicowanie dokonanych zmian wśród agregatów badanej próbki glebowej w wyniku działania czynnika destrukcyjnego. Poza tym, tego typu wagi nie pozwalają oszacować granic rozpadu, trwałości i ewentualnego sklejanego się agregatów, co z kolei jest niewątpliwą zaletą zastosowanych tablic przejścia, zaproponowanych wag oraz możliwości wykorzystania do tego celu metod optymalizacyjnych.

Warto zauważyć, że przybliżoną, przeciętną liczbę klas, o jaką wystąpił rozpad agregatów można otrzymać również poprzez obliczenie logarytmu naturalnego z *ASI* i odjęcie go od liczby klas zmniejszonej o 1.

Ustalanie wag w oparciu o układ sit. Niezależnie od siebie analizowano dwie możliwości:

- zastosowanie wag odpowiadających środkom przedziałów klasowych, wyznaczonych przez obecnie stosowane sita,
- zastosowanie wyżej wspomnianego, “dwójkowego” układu sit.

Przyjęcie drugiego wariantu byłoby jednocześnie mocnym uzasadnieniem zastosowania tego samego rodzaju wag do obliczania wskaźnika trwałości agregatów. Zagadnienie to, w powiązaniu z doбором układu sit, jest warte podjęcia dalszych badań.

6.5.2. Analiza dwukierunkowych zmian agregacji

Uogólnienie metody analizy jednokierunkowych zmian agregacji (tylko rozpad agregatów) na zmiany w obu kierunkach (rozpad i sklekanie agregatów) jest znaczącym sukcesem. Przedstawione wyniki badań (zarówno część teoretyczna, jak i analizy przeprowadzonych eksperymentów) mają charakter rozpoznawczy. W sposób formalny uogólniono zastosowanie tablic przejścia dla zapisu częstości wszystkich możliwych zmian agregacji (górny trójkąt tablicy zawiera częstości sklekania). Zaproponowane wagi są również prostą konsekwencją tych, które zastosowano do analizy zmian jednokierunkowych. W stosownym

miejscu pracy przedyskutowano i uzasadniono ich zastosowanie. Definicja wskaźnika trwałości agregatów, jako liniowej funkcji częstości (prawdopodobieństw empirycznych) i przyjętych wag, jest identyczna jak dla zmian jednokierunkowych. Dzięki addytywności *ASI*, można wyznaczać także wskaźniki trwałości dla poszczególnych klas agregatów. Ich suma jest wskaźnikiem trwałości agregatów całej próbki glebowej. Przy tej okazji, dla przypadku zmian dwukierunkowych również wykazano, że pewne klasy agregatów charakteryzuje bardzo wysoka trwałość, a sąsiednie – zaskakująco niska, trudna do wytłumaczenia na gruncie właściwości fizycznych i chemicznych gleb.

Podano również rozwinięcie definicji rozkładu częstości diagonalnych. Rozkład ten umożliwia skrócony, sumaryczny zapis tablicy przejścia w postaci tablicy jednowymiarowej. Jej elementy, to częstości agregatów, które nie uległy zmianom oraz wyodrębnione częstości agregatów, które rozpadły się bądź skleiły w wyniku działania czynnika destrukcyjnego o określoną liczbę klas. Rozkład diagonalny można przedstawiać także w uproszczonej formie – jako wyodrębnione częstości tych agregatów, które uległy sklejanii, tych które były odporne i tych, które uległy rozpadowi.

Pokazano, że posługując się różnicami częstości skumulowanych rozkładów na wejściu i na wyjściu (a właściwie tylko ich znakami), można w bardzo prosty sposób rozpoznać, czy nastąpią zmiany jedno-, czy też dwukierunkowe oraz jakich zdarzeń można oczekiwać – prostych (rozpad, trwałość, sklejanie) bądź złożonych (kombinacji zdarzeń prostych). Z kolei, na podstawie ekstremalnych wartości tych różnic można wnioskować o minimalnym odsetku agregatów, które ulegną rozpadowi i sklejanii.

Ważnym zagadnieniem, które wymaga jeszcze dalszych badań jest znajdowanie tzw. przedziałów trwałości agregatów glebowych. Przedział trwałości, to przedział obustronnie domknięty, którego końcami są ekstremalne wartości wskaźnika trwałości agregatów dowolnej próbki glebowej o tych samych rozkładach częstości na wejściu i na wyjściu, które charakteryzują testowaną próbkę gleby. Niekiedy przedział ten może redukować się do jednego punktu – *ASI_{test}*. Wartości ekstremalne wskaźnika trwałości można obliczyć stosując przyjęty układ wag i odpowiadające im ekstremalne tablice przejścia. Odpowiadają one zmianom najbardziej i najmniej trwałej struktury agregatów w wyniku działania czynnika destrukcyjnego. Zatem przedział trwałości jest miarą możliwych zmian struktury agregatów wszystkich próbek gleby o określonej parze rozkładów wejścia – wyjścia. Wygenerowane przy pomocy algorytmu simpleks przedziały trwałości dla zmian dwukierunkowych są jednak bardzo

długie, przez co tracą swój walor praktyczny. Przydatna jest jedynie górna ocena zmian trwałości agregatów – ASI_{max} .

Eksperymentalnie stwierdzono [85], że maksymalnie 10% agregatów ulegało sklejanemu, podczas gdy teoretycznie odsetek ten mógł w badanych próbkach przekraczać 30%, a u czarnoziemiu, po 1 cyklu nawilżania i osuszania mógł wynosić 44%. Faktyczne wartości wskaźników trwałości agregatów dla testowanych gleb (ASI_{test}) były bliskie górnym ograniczeniom, uzyskanym przy pomocy algorytmu simpleks.

Niska frekwencja agregatów sklejących się skłoniła do poszukiwania sposobu na skrócenie przedziałów trwałości. Pewne ograniczenie zmienności ASI można uzyskać na podstawie założenia, że tylko część agregatów może ulegać sklejanemu. Jako limit przyjęto 20% ogółu wszystkich agregatów. Dzięki temu dolne granice wskaźnika trwałości ASI_{min} wzrosły co najmniej do wartości 6,6, a górne (ASI_{max}) pozostały bez zmian. Bardziej restrykcyjne warunki ograniczające klejenie się agregatów, do odsetka który faktycznie wystąpił w eksperymencie, spowodowało dalszy wzrost ASI_{min} , co najmniej do wartości 12,5.

Dalsze badania doprowadziły do następującej konkluzji: dla każdej próbki glebowej klasy Ξ (o zadanych rozkładach częstości agregatów na wejściu i na wyjściu), istnieje górny i dolny kres odsetka agregatów, które będą się sklejać. Kresy te można wyznaczyć korzystając z opracowanej metody. W podobny sposób można również znaleźć maksymalną wartość ASI_{min} . Jest ona wyznaczana przy przyjęciu limitu równego dolnemu kresowi odsetka agregatów, które mogą się sklejać. Wyznaczony w ten sposób przedział $\langle ASI_{min} ; ASI_{max} \rangle$ jest najkrótszym przedziałem, jaki można znaleźć podaną metodą. Przedział ten obejmuje wartość ASI_{test} , a jego długość jest porównywalna z długością przedziału trwałości dla zmian jednokierunkowych. Jednakże przyjęcie określonego limitu, skracającego przedział trwałości od dołu, powinno być wsparte przesłankami merytorycznymi, a nie tylko czysto formalnymi.

7. PODSUMOWANIE

W pracy autor zaproponował metodę służącą do opisowej analizy zmian jakości próbek materiałów rolniczych. Warunki i zakres jej stosowania są następujące:

- przedstawioną metodę można stosować zarówno w przypadku zmian jednokierunkowych i dwukierunkowych;
- czynniki lub procesy wywołujące zmiany jakości mogą być zamierzone lub losowe;
- materiał składa się z wyróżnialnych elementów;
- ustalony został sposób klasyfikacji tych elementów, tzn. określono liczbę klas jakości i ich granice;
- z zaproponowanej metody nie wynikają wymagania co do wielkości próbki, liczby klas i ich granic, a także liczebności elementów próbki w poszczególnych klasach;
- cecha materiału podlegająca klasyfikacji nie musi być mierzalna – wystarczy jeśli klasy jakości da się uporządkować pod względem ich znaczenia lub wartości;
- z zaproponowanej metody nie wynikają wymagania co do typu rozkładu w populacji materiału i w testowanej próbce;
- najlepsze efekty oceny zmian jakości uzyskuje się w przypadku, gdy elementy testowanej próbki materiału nie ulegają zniszczeniu podczas testowania ich jakości i gdy można je w pełni identyfikować przed i po działaniu określonego czynnika lub w trakcie całego procesu;
- w ograniczonym zakresie można proponowaną metodę stosować również wtedy, gdy dane są jedynie rozkłady częstości w klasach na wejściu i na wyjściu, czyli przed i po działaniu określonego czynnika.

Autor wprowadził bardzo użyteczne pojęcie tzw. próbek klasy. Są to próbki elementów danego materiału, charakteryzujące się dowolną, lecz ustaloną parą rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu, czyli przed i po działaniu czynnika destrukcyjnego. Podano sposób sprawdzenia (przy pomocy różnic szeregów kumulacyjnych), czy próbka materiału klasy uległa (lub mogła ulec) oczekiwanemu kierunkowi (lub kierunkom) zmian jakości.

Zaproponowana przez autora metoda polega na zastosowaniu tzw. tablicy przejścia do zapisu zmian, jakim uległa próbka materiału. Tablica przejścia jest zmodyfikowaną formą macierzy przejścia, stosowanej m. in. w teorii procesów stochastycznych, badań operacyjnych i w teorii grafów. Jej elementami są

częstości względne elementów badanej próbki, które w wyniku działania określonego czynnika nie zmieniły swojego stanu (klasy jakości) lub zmieniając spadły lub awansowały w przyjętej klasyfikacji. Analiza zmian przy użyciu tablic przejścia jest korzystniejsza niż przy pomocy par rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu, gdyż pozwala uzyskać znacznie więcej informacji o tych zmianach.

Korzystając z przyjętego kryterium oceny zmian jakości, tzn. przypisując każdemu możliwemu przejściu elementów próbki z jednych klas do innych lub pozostaniu w tej samej klasie odpowiednią wagę, autor zdefiniował tzw. wskaźnik zmian jakości próbki. Wskaźnik ten jest liniową funkcją częstości tablicy przejścia o współczynnikach będących ustalonymi wagami. Jest to miara addytywna, dzięki czemu można obliczać również wskaźniki zmian jakości dla każdej z klas oddzielnie. Ich suma jest wskaźnikiem zmian jakości dla całej próbki materiału.

Dla przytoczonych w pracy przykładów zastosowań autor zaproponował wagi dwójkowe. Ich wartości zależą od liczby klas o jaką nastąpiła zmiana elementu próbki. Najwyższe i jednakowe wagi zostały przypisane elementom tablicy przejścia, które znajdują się na głównej przekątnej. Przejścia o jedną, dwie itd. klasy wyżej lub niżej w ustalonej klasyfikacji są jednakowo wazone, lecz z odpowiednio niższym wykładnikiem potęgi.

Wspomniany układ wag jest przydatny do analiz, w których chodzi o badanie szeroko rozumianej odporności materiału na zmiany. Bardzo wygodnym narzędziem takich analiz, zaproponowanym przez autora, jest również rozkład częstości diagonalnych. Jego kolejne elementy, to sumy częstości na kolejnych przekątnych tablicy przejścia. Przy ustalonych w pracy kryteriach oceny zmian jakości, rozkład tych częstości może pełnić rolę „zespołowej” miary odporności testowanej próbki materiału. Jest także ułatwieniem przy obliczaniu wskaźnika odporności.

Wykorzystując fakt, że dla danej próbki klasy może istnieć wiele różnych tablic przejścia, autor podał sposoby umożliwiające znajdowanie tzw. ekstremalnych tablic przejścia. Z punktu widzenia przyjętego kryterium są to tablice o przeciwstawnej ocenie zmian jakości (odpowiadające np. najbardziej i najmniej korzystnym zmianom elementów próbki). Uniwersalną metodą znajdowania tych tablic jest algorytm simpleks programowania liniowego. Można go stosować dla dowolnego układu wag, zarówno dla zmian jedno- jak i dla dwukierunkowych. Dla zmian jednokierunkowych i przyjętego w pracy kryterium odporności, autor opracował bardzo prosty, własny algorytm.

Stosując ustalone wagi można wyznaczyć wartości wskaźników zmian jakości odpowiadające ekstremalnym tablicom przejścia. Są to tzw. wskaźniki ekstremalne, jednakowe dla wszystkich próbek materiału danej klasy. Ta para liczb stanowi przedziałową miarę zmian jakości próbki materiału. Wartość wskaźnika zmian jakości dla testowanej próbki materiału zawiera się zawsze w przedziale domkniętym, którego końce są ekstremalnymi wskaźnikami zmian jakości. Za pomocą wyznaczonych przedziałów można porównywać zmiany jakości różnych próbek materiału lub tej samej próbki w trakcie analizowanego procesu. Korzystając z tej trójki liczb, autor określił ponadto parę innych wskaźników pomocniczych, które mogą charakteryzować różne aspekty zmian jakości analizowanego materiału.

W pracy autor pokazał również wykorzystanie ekstremalnych tablic przejścia do przedziałowej oceny zakresu częstości elementów próbki, które mogą ulec zmianom w określonych kierunkach jak i częstości tych elementów, które nie ulegną żadnym zmianom.

Przedstawiona metoda może mieć zastosowanie także w przypadku, gdy niemożliwe jest tworzenie tablic przejścia na podstawie testowania zmian jakości elementów materiału. Ma to miejsce wówczas, gdy metoda pomiarowa, służąca do określania jakości elementów próbki ma charakter niszczący, albo gdy nie jest możliwa pełna identyfikacja jej elementów pomiędzy kolejnymi momentami oceny jakości. Dysponując jedynie rozkładami częstości elementów próbki w klasach jakości przed i po zakończonym procesie można znaleźć dla tej pary rozkładów najbardziej i najmniej korzystną postać tablic przejścia oraz obliczyć krańce przedziału zmian jakości, w którym będzie znajdować się wskaźnik zmian jakości testowanej próbki materiału, a tym samym ocenić zakres możliwych zmian jakości.

Sposób posługiwania się proponowaną metodą został przedstawiony na dwóch przykładach. Pierwszy z nich polegał na analizie odporności próbki ziaren pszenicy na pękanie ich bielma w procesie suszenia. Przykład ten ilustruje zmiany jednokierunkowe o charakterze destrukcyjnym. Opisana metoda okazała się skutecznym narzędziem analizy procesów. Wskaźnik odporności był niezwykle czuły nawet na niewielkie przyrosty pęknięć, które notowano już po dwóch dobach suszenia. Stwierdzono, że odporność ziaren na pękanie była niewielka i że w trakcie procesu sukcesywnie lecz powoli malała. Kumulacyjny sposób analizy zmian jakości wykazał nieznaczny trend wygasania procesu pęknięcia ziaren począwszy od trzeciej doby suszenia. Trwałoby jednak ono prawdopodobnie jeszcze przez szereg kolejnych dni, pomimo osiągnięcia przez ziarna wilgotności równowaznej.

Pierwsza część drugiego przykładu również dotyczyła zmian jednokierunkowych. Badano trwałość agregatów trzech gleb o zróżnicowanej strukturze poddanych działaniu wody. Do tego celu zastosowano cztery różne metody analityczne. W tym przypadku wskaźnik zmian jakości nazwano wskaźnikiem trwałości agregatów. Zastosowanie zaproponowanej metody potwierdziło znany fakt, iż na trwałość agregatów decydujący wpływ mają metody oznaczania wodoodporności, a tylko w niewielkim stopniu same gleby. Wskaźniki trwałości agregatów wszystkich gleb malały wraz ze wzrostem oddziaływania czynnika destrukcyjnego. Największe zróżnicowanie wskaźnika trwałości agregatów wśród badanych gleb wystąpiło w przypadku metody przesiewania agregatów na mokro, co wskazywałoby na największą skuteczność tej metody.

Stwierdzono, że użyty do badania wodoodporności agregatów zestaw sit zdecydowanie zawyża odporność klasy agregatów o średnicach od 1 do 3 mm. Prawdopodobną przyczyną nie są właściwości fizyczne czy też chemiczne tej klasy agregatów, lecz właściwość pary sit o tych właśnie średnicach otworów. Ta para sit zatrzymuje znaczną część produktów rozpadu lub klejenia się agregatów. Zaproponowano układ sit dwójkowych, który nie ma tej wady.

Druga część ostatniego przykładu dotyczyła wstępnych badań zastosowania przedstawionej metody do analizy zmian jakości o charakterze dwukierunkowym. Przeprowadzone badania modelowe na fikcyjnych próbkach materiału klasy , o dowolnych lecz ustalonych parach rozkładów na wejściu i na wyjściu, pozwoliły uświadomić wielkość możliwego zakresu zmian agregatów w obu kierunkach. Badania przeprowadzone na agregatach wybranych gleb wykazały, że zakres możliwych zmian wskaźnika trwałości był rzeczywiście bardzo duży. Z tego względu bezpośrednie wykorzystanie otrzymanych przedziałów trwałości było mało użyteczne. Nie były one dostatecznie zróżnicowane, a więc nie pozwalały skutecznie porównywać agregatów badanych próbek glebowych. W związku z tym dla zmian dwukierunkowych zaproponowano dodatkowe wskaźniki do oceny zmienności agregacji gleb. Dalsze badania wykazały, że najbardziej skutecznym sposobem uzyskania zadowalającego zróżnicowania wyników jest skrócenie przedziałów trwałości poprzez przyjęcie ustalonego, akceptowalnego ograniczenia na klejenie się agregatów. W przeprowadzonych badaniach ich odsetek nie przekraczał 10%. Zbadano szereg takich ograniczeń, spośród których zapewne będzie można wybrać uzasadnione merytorycznie. Wymaga to jednak przeanalizowania bardziej reprezentatywnego zbioru gleb. O praktycznym zastosowaniu opracowanej metody mogą zdecydować badania powiązane z oceną przydatności do upraw różnych frakcji agregatów glebowych.

Przykłady, na których testowano opracowaną metodę charakteryzowała nie tylko odmienna budowa materiałów, ale także różne rozumienie ich odporności na zmiany. Można przypuszczać, że zakres zastosowań metody może być znacznie szerszy, wykraczający poza problematykę agrofizyki. Można tu wymienić analizy zmian w takich procesach, jak np. leczenie i nauczanie, a także zmiany upodobań, sądów, poglądów itp. W literaturze fachowej nie znaleziono podobnego podejścia do problemu analizy zmian jakości materiałów [18-20,23,29,54,66-69].

Proponowana metoda daje wyniki analogiczne do metod statystyki opisowej. Jej rozszerzenie w kierunku zastosowania testów statystycznych do oceny zmian jakości z wykorzystaniem opracowanej miary punktowej i przedziałowej będzie prawdopodobnie wymagać wielu badań modelowych na wynikach eksperymentów dotyczących typowych materiałów i problemów, związanych z oceną ich jakości. Zagadnieniami wymagającymi rozstrzygnięć będą zapewne: wielkość próbki materiału, liczba klas jakości i jej granice, liczebności w klasach, wybór wag.

Przy stosowaniu wielu testów statystycznych wymagana jest znajomość rozkładów mierzonych cech. Tymczasem bardzo często rozkłady te nie są znane albo ich postaci są zmienne, uwikłane różnorodnymi, trudnymi do opisu liczbowymi czynnikami. W wielu przypadkach nie ma potrzeby ani nawet sensu trudzić się ich rozpoznawaniem. Stąd też przy konstrukcji proponowanej metody nie można było nakładać jakichś szczególnych wymogów odnośnie rozkładów mierzonych cech. W wielu przypadkach w odniesieniu do rozkładów częstości na wejściu i wyjściu i do rozkładów częstości tablic przejścia można zastępczo stosować testy nieparametryczne, wolne od założeń co do rodzaju rozkładu [17,69]. W zasadzie każdy typ testu parametrycznego ma co najmniej jeden odpowiednik wśród testów nieparametrycznych. Moc testów nieparametrycznych jest jednak słabsza od mocy testów parametrycznych. Oznacza to, że korzystając z pierwszych, trudniej jest odrzucić hipotezy zerowe, gdy nawet są one fałszywe. Z drugiej strony, zaletą testów nieparametrycznych jest to, że nie jest konieczne dysponowanie próbkami o dużych liczebnościach. Duże próby wymagane są szczególnie do zaobserwowania i zweryfikowania hipotez dotyczących zdarzeń rzadko występujących, które najczęściej nie podlegają rozkładowi normalnemu. Gdy próbka jest mała, to testy parametryczne można stosować tylko wtedy, gdy istnieje pewność, że dana cecha podlega np. rozkładowi normalnemu, a mała liczność próbki nie pozwala na weryfikację tego założenia [69]. Odpowiednie testy można znaleźć w podręcznikach statystyki matematycznej [17,23]. Szczególną uwagę należy zwracać na warunki ich stosowania. Reasumując,

korzystne było nie zakładać niczego o rozkładzie mierzonej cechy w populacji, na podstawie której oceniana jest jakość materiału. Dobrze, jeśli rozkład częstości w testowanej próbce jest jego dostatecznym odzwierciedleniem, aczkolwiek jest to konieczne przy stosowaniu wybranych testów. W skrajnym przypadku do wyznaczenia wspomnianej miary punktowej i przedziałowej wystarcza nawet próbka złożona z jednego elementu. Sytuacje, gdy nawet cała populacja ocenianego materiału jest bardzo nieliczna, w praktyce nie należą do rzadkości.

Jak już wspomniano, jedynym wymogiem opracowanej metody jest możliwość klasyfikowania elementów materiału w klasach jakości uszeregowanych w ustalonym porządku ich znaczenia. I w tym przypadku, podobnie jak poprzednio – dobrze, jeśli liczba klas jest dobrana do liczby elementów próby zgodnie z konwencją przyjętą przy tworzeniu szeregów rozdzielczych, gdyż sprzyjać to będzie stosowaniu wybranych testów statystycznych. Nie mniej jednak, z punktu widzenia wymogów proponowanej metody, przy kilkuelementowej próbce liczba klas jakości może nawet przekraczać jej liczebność. Tworzenie klasyfikacji, która zapewnia istnienie pustych klas skrajnych może być wręcz korzystne. Pozwala bowiem analizować zmiany jakości próbek materiału niejako “z zapasem” klas. Najlepiej, gdy klasyfikacja obejmuje cały zakres skali pomiarowej badanej cechy.

8. WNIOSKI

1. Opracowana metoda oceny zmian jakości próbki materiału rolniczego stanowi nowe narzędzie metodyczne. Pozwala analizować i porównywać zmiany jakości próbek różnych materiałów w wyniku działania tego samego czynnika, jak i próbki tego samego materiału w czasie trwania badanego procesu. Zmiany jakości mogą być rozpatrywane w kontekście takich określeń materiałów jak odporność, trwałość, podatność, wrażliwość na działanie czynników – zarówno losowych jak i zamierzonych. Cechy, względem których klasyfikuje się materiał mogą być mierzalne lub niemierzalne. Metody oceny jakości materiału powinny zapewnić uzyskanie co najmniej rozkładów częstości próbki elementów materiału wg ustalonej klasyfikacji na wejściu i na wyjściu, czyli przed i po działaniu badanego czynnika. Najbardziej korzystnym przypadkiem zastosowania opracowanej metody jest możliwość przeprowadzania nieniszczących testów oceny jakości na elementach testowanej próbki i możliwość ich identyfikacji w trakcie działania określonego czynnika, w szczególności w czasie trwania procesu.

2. Opracowana metoda ma charakter analogiczny do metod statystyki opisowej, zawiera szereg elementów, które są analogami pojęć statystycznych i mogą być stosowane do porównywania zmian jakości wielu próbek materiału lub tej samej, ulegającej zmianom w trakcie procesu.

3. Podstawą konstrukcji metody jest tzw. tablica przejścia – forma zapisu danych o zmianach, którym uległy elementy testowanej próbki materiału. Są to częstości przejścia elementów próbki z klas na wejściu do tych samych lub innych klas na wyjściu, obliczane względem liczebności próbki lub jej masy. Opracowaną metodę można również stosować, gdy elementy materiału nie mogą przechodzić z pewnych klas jakości do niektórych innych. Tablica przejścia dostarcza znacznie więcej informacji o dokonanych zmianach niż para rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu.

4. Podstawową (punktową) miarą oceny zmian jakości elementów testowanej próbki materiału, jakie nastąpiły na drodze wejście – wyjście, jest wskaźnik zmian jakości materiału (*MCI*), zdefiniowany jako liniowa funkcja częstości tablicy przejścia, której współczynnikami są wagi przyporządkowane tym częstościom. Wartości wag odzwierciedlają znaczenie, jakie przypisuje się poszczególnym przejściom w tablicy, czyli dopuszczalnym zmianom elementów próbki. Wskaźnik ten jest szczegółowo definiowany stosownie do analizowanego materiału i sposobu rozumienia zmian, np. jako wskaźnik odporności materiału

(na działanie badanego czynnika), trwałości materiału, podatności, strat jakości itp.

5. Z liniowej postaci wskaźnika zmian jakości wynika szereg jego zalet. Przede wszystkim zapewniona jest addytywność przyjętej miary. Można ją obliczać dla pojedynczych elementów próbki materiału bądź dla dowolnych jej części (np. dla każdej z klas jakości materiału odrębnie), a ich suma jest wartością wskaźnika dla całej próbki. Spadek lub wzrost wartości wskaźnika (w zależności od sposobu jego określenia) jest wynikiem takich samych zmian odpowiednio większej części elementów próbki lub tej samej jej części, lecz o inaczej ocenianych zmianach.

6. Szczegółowe własności wskaźnika zmian jakości wynikają przede wszystkim z przyjętego kryterium oceny zmian. Jego odzwierciedleniem jest układ wag. Dla konkretnie rozważanego problemu oceny zmian jakości precyzyjny dobór wag jest niezmiernie ważny. Przyjęty w pracy układ wag wykładniczych o podstawie 2, o jednakowych wartościach dla elementów na kolejnych przekątnych tablicy przejścia, lecz malejących w miarę oddalania się od jej głównej przekątnej, okazał się odpowiedni do zdefiniowania wskaźnika odporności (trwałości) RCI dla szerokiej klasy materiałów. Zmiany jakości utożsamiane są z liczbą klas, o jaki następuje spadek elementu materiału w przyjętej klasyfikacji. Im mniejszym spadkom ulegają elementy próbki materiału, tym większy jest jej wskaźnik odporności. Zmiana granic klas najczęściej implikuje zmianę wartości wskaźnika. Skala tak określonego wskaźnika odporności zależy od liczby klas jakości materiału.

7. Wagi przyjęte dla wskaźnika odporności w przypadku zmian dwukierunkowych nie wyróżniają kierunku zmian. Zatem wskaźnik ten można interpretować jako wskaźnik odporności materiału na zmiany pod wpływem określonego czynnika.

8. Zdefiniowany w pracy rozkład częstości diagonalnych zawiera informacje o zmianach próbki materiału i stanowi zespołową miarę odporności. Może służyć do porównywania odporności wielu próbek materiału. Jest również przydatny do prostszego sposobu obliczania wskaźnika odporności, jeśli wagi przypisane poszczególnym przekątnym tablicy przejścia są równe.

9. Ważną zaletą proponowanej metody jest możliwość znajdowania tzw. ekstremalnych tablic przejścia (T_{max} i T_{min}) i odpowiadających im, ekstremalnych wskaźników odporności (RCI_{max} i RCI_{min}). Tablice te odpowiadają najbardziej skrajnym zmianom (z punktu widzenia przyjętego kryterium), jakie mogą wystąpić w próbkach o takich samych rozkładach częstości na wejściu i na wyjściu, jak testowana próbka materiału. Zatem wartości

RCI_{max} i RCI_{min} na skali wskaźnika RCI wyznaczają przedział (nazwano go przedziałem zmian odporności), będący zakresem możliwych zmian wskaźnika także dla testowanej próbki materiału. Ograniczenia wskaźnika oraz jego wartość faktyczna (obliczona na podstawie faktycznej tablicy przejścia dla testowanej próbki materiału) służą do porównywania odporności różnych próbek materiału. Określone na ich podstawie wskaźniki pomocnicze świadczą o względnym charakterze zmian jakości materiału.

10. Dysponując ekstremalnymi tablicami przejścia i obliczonymi dla nich rozkładami częstości diagonalnych, można oszacować (obustronnie) częstości elementów próbki, które wskutek działania badanego czynnika ulegną destrukcji bądź tych, które pozostaną odporne na jego działanie.

11. W ograniczonym zakresie można stosować opisaną metodę również wtedy, gdy sposób przeprowadzania testu oceny zmian jakości próbki nie pozwala skonstruować tablicy przejścia, czyli jeśli dostępnymi danymi są jedynie rozkłady częstości badanej cechy jakości na wejściu i na wyjściu. Wówczas można określić zakres możliwych zmian wskaźnika jakości testowanej próbki materiału oraz zakres zmian częstości elementów próbki, które wskutek działania badanego czynnika ulegną destrukcji bądź tych, które pozostaną odporne na jego działanie.

12. Skuteczną metodą znajdowania ekstremalnych tablic przejścia i ekstremalnych wskaźników odporności, zarówno dla przypadku jedno- jak i dwukierunkowych zmian jakości, okazał się algorytm simpleks programowania liniowego. Dla jednokierunkowych zmian jakości opracowano własny algorytm. Można go stosować, gdy do analiz przyjmuje się kryterium oceny zmian jakości, jakie przedstawiono w pracy. Jego zastosowanie znacznie upraszcza stronę rachunkową metody. Jeszcze dalej idącym ułatwieniem jest jego implementacja komputerowa.

13. Opracowano sposób rozpoznawania, czy dana para rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu może reprezentować domniemany kierunek (czy też oba kierunki) zmian jakości. Wprawdzie do tego celu nie stosuje się tablic przejścia, lecz bada się odpowiadające sobie różnice szeregów kumulacyjnych obu rozkładów, to jednak opisana możliwość stanowi ważne uzupełnienie opracowanej metody.

14. Przedstawiony w pracy przykład ilustrujący działanie opisanej metody do analizy odporności ziaren pszenicy na pękanie w procesie suszenia pokazał, że jest ona skutecznym narzędziem metodycznym i może być stosowana do materiałów roślinnych, ulegających zmianom jednokierunkowym. Analizując w sposób kumulujący skutki procesu suszenia (pękanie ziaren), pokazano, że w zastosowanych warunkach ich suszenia, pękanie trwałoby prawdopodobnie jeszcze

długo, mimo osiągnięcia i ustabilizowania się wilgotności równoważnej ziaren już po pięciu dniach.

15. Przykład ilustrujący działanie proponowanej metody do analizy trwałości agregatów glebowych pokazał jej skuteczność również w odniesieniu do tych obiektów. Potwierdzono znany z literatury fakt, że trwałość agregatów glebowych zależy w dużej mierze od zastosowanej metody analitycznej. Na wynik większy wpływ ma zastosowana metoda niż gleba. Analiza wskaźników trwałości agregatów poszczególnych frakcji wskazuje na niedoskonałość obecnie stosowanego układu sit. Właściwości sit o średnicach oczek 1 i 3 mm ujawniają nadmierną, nieuzasadnioną (ani fizycznie, ani chemicznie) trwałość frakcji agregatów o tych wymiarach kosztem trwałości frakcji sąsiednich, które są przez to wyraźnie zaniżone. Zaproponowano zastosowanie sit o średnicach będących potęgami liczby 2, które nie powinny charakteryzować się opisaną właściwością.

16. Stwierdzono, że w zastosowaniach, których zmiany mają charakter dwukierunkowy (np. rozpad i sklejanie się agregatów glebowych), przedział zmian odporności jest stosunkowo długi. Można go skracać, wprowadzając stosowne ograniczenia na klejenie się agregatów, gdyż w przeprowadzonych eksperymentach sklejanu ulegało nie więcej niż 10% agregatów. Prace w tym zakresie powinny objąć szerszy materiał glebowy w celu podjęcia właściwych decyzji metodycznych.

17. Oprócz agrofizyki, istnieje możliwość zastosowań proponowanej metody w różnych innych dziedzinach, np. do oceny zmian stanu zdrowia, postępów w nauce, oceny zmian upodobań, poglądów itp. W literaturze fachowej nie znaleziono podobnego podejścia do problemu analizy zmian jakości materiałów.

9. PIŚMIENNICTWO

1. **Blume H., Felix-Henningsen P., Fischer W., Freda H., Horn R., Stahr K.:** Handbuch der Bodenkunde. Ecomed Verlag. ISBN 3-609-72228-2. Bayreuth, 1996-2000.
2. **Bouma J.:** Micro-structure and stability of two sandy loam soils with different soil management. Research Report No 724, Pudoc, Wageningen, 1969.
3. **Bryan R.B.:** The efficiency of aggregation indices in the comparison of some English and Canadian soils. *J. Soil Sci.*, 22(2), 167-178, 1971.
4. **Chaney K., Swift R.S.:** Studies on aggregate stability. *J. Soil Sci.*, 37, 329-335, 1986.
5. **Chowdhury M.H.:** Methods for determining grain damage (mechanical). Proc. of the 4-th International Conf. on Mechanization of Field Experiments. Iowa, 216-228, 1976.
6. **Czerwiński Z.:** Matematyka na usługach ekonomii. PWN, Warszawa, 1983.
7. **Czudnowski A.F.:** Podstawy Agrofizyki. PWRi L, Warszawa, 1967
8. **De Boodt M. (Ed.):** West European Methods for Determination of Soil Structure. Ghent, Belgium, Part VI, 24-90; Part VII, 55-69, 1967.
9. **De Boodt M., De Leenheer L., Kirkham D.:** Soil aggregate stability indexes and crop yields. *Soil Sci.*, 91(2), 138-146, 1961.
10. **De Carvalho M.L. M., van Aelst A.C., van Eck J.W., Hoekstra F.A.:** Pre-harvest stress cracks in maize (*Zea mays* L.) kernels as characterized by visual. X-ray and low temperature scanning electron microscopical analysis: effect on kernel quality. *Seed Science Research*, 9, 227-236, 1999.
11. **De Leenheer L., De Boodt M.:** Determination of aggregate stability by the change in mean weight diameter. International Symposium on Soil Structure, Proceedings. Ghent, Belgium, 290-298, 1958.
12. **Dexter A.R.:** Advances in characterization of soil structure. *Soil Till. Res.*, 11, 199-238, 1988.
13. **Dębicki R.:** Określenie przydatności rolniczej wskaźników agregacji gleb. Praca doktorska (maszynopis). Akademia Rolnicza w Lublinie, 1978.
14. **Dębicki R., Pawłowski M., Rejman J., Link M.:** A new approach to the design of a nozzle-type rainfall simulator. *Int. Agrophysics*, 7, 197-201, 1993.
15. **Dobrzański B., Witkowska B., Walczak R.:** Soil aggregation and water stability index. *Polish J. Soil Sci.*, VIII/1, 3-8, 1975.
16. **Dreszer J., Koch E., Kulesza C., Trajdos T., Wojdat M. (red.):** Poradnik inżyniera. Matematyka. WNT, Warszawa, 1971.
17. **Elandt R.:** Statystyka matematyczna w zastosowaniu do doświadczeń rolniczych. PWN, Warszawa, 1964.
18. **Feller W.:** Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa. Tom I i II. PWN, Warszawa, 1966 i 1969.
19. **Fisz M.:** Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna. PWN, Warszawa, 1958.
20. **Gajek L., Kaluszka M.:** Wnioskowanie statystyczne. Modele i metody. WNT, Warszawa, 1996.
21. **Gardner W.R.:** Representation of soil aggregate-size distribution by a logarithmic-normal distribution. *Soil Sci. Soc. Amer. Proc.* 20, 151-153, 1956.
22. **Geodecki M.:** Uszkodzenia wewnętrzne ziarna pszenicy powstające w okresie przedzbiorowym. Praca doktorska. IA PAN, Lublin, 1999.
23. **Góralski A.:** Metody opisu i wnioskowania statystycznego w psychologii i pedagogice. PWN, Warszawa, 1987.
24. **Grundas S.:** Niektóre aspekty podatności ziarna pszenicy zwyczajnej (*Triticum aestivum* L.) na uszkodzenia mechaniczne. *Problemy Agrofizyki*, 54, Wyd. Ossolineum, Wrocław, 1987.
25. **Grundas S., Geodecki M., Velikanov L.:** Zastosowanie metody rentgenograficznej w badaniach materiałów roślinnych. *Acta Agrophysica*, 63, 39-47, 2002.
26. **Grzesiuk S., Kulka K.:** Fizjologia i biochemia nasion. PWRiL, Warszawa, 1981.

27. **Gunasekaran S., Paulsen M.R.:** Breakage resistance of corn as a function of drying rates. *Trans. ASAE*, 28(6), 2071-2076, 1985.
28. **Hillier F.S., Lieberman G.J.:** Introduction to operations research. 4th Edition. Mc Graw Hill, New York, 1986.
29. **Hillier F.S., Lieberman G.J.:** Introduction to stochastic models in operation research. McGraw-Hill, New York, 1990.
30. **Hillel D.:** Environmental soil physics. Academic Press, London, pp. 106-118, 1998.
31. **Ignasiak E. (red.):** Badania operacyjne, PWN, Warszawa, 2001.
32. **Jędrzejczyk Z., Skrzypek J., Kukula K., Walkosz A.:** Badania operacyjne w przykładach i zadaniach. Wydanie III. PWN, Warszawa, 2001.
33. **Kemper W., Koch E. J.:** Aggregate stability of soils from western United States and Canada. Measurement procedure. Correlations with soil constituents. *Tech. Bull.* 1355, US Dept. Agric., Washington, D.C., 52 pp., 1966.
34. **Korzan B.:** Elementy teorii grafów i sieci. WNT, Warszawa, 1978.
35. **Kostera J.:** Komputerowy program do oceny zmian jakości materiału rolniczego przy zadanym kryterium optymalizacji. Praca dyplomowa. Akademia Rolnicza, Wydział Techniki Rolniczej, Lublin, 2002.
36. **Kudra T., Niewczas J., Szot B., Raghavan G.S.V.:** Stress cracking during high-intensity drying and its effect on grain quality. *Drying Technology*, 14(2), 367-380, 1996.
37. **Kunze O.R., Prasad S.:** Grain fissuring in harvesting and drying of rice. *Transactions of the ASAE*, 21(2), 361-366, 1978.
38. **Leksykon PWN (praca zbiorowa).** PWN, Warszawa, 1972.
39. **Matkin E.A., Smart P.:** A comparison of test of soil structural stability. *J. Soil Sci.*, 38, 123-135, 1987.
40. **Milner M., Shellenberger J.A.:** Physical properties of weathered wheat in relation to internal fissuring detected radiographically. *Cereal Chemistry*, 30, 202-212, 1953.
41. **Muckenhausen E.:** Bodenkunde. Dig Verlag, Frankfurt am Main, 1981.
42. **Niewczas J.:** The method of determination of the index of mechanical damage of a single kernel by means of X-ray detection. *Zesz. Probl. Post. Nauk Roln.*, 389, 89-95, 1991.
43. **Niewczas J.:** Ocena uszkodzeń mechanicznych ziarna pszenicy wykrywanych techniką rentgenograficzną. Praca doktorska. *Acta Agrophysica*, 2, 1994.
44. **Niewczas J.:** Wskaźniki uszkodzeń wewnętrznych ziarna pszenicy oraz możliwości ich stosowania w badaniach laboratoryjnych suszarnictwa. VIII Sympozjum Suszarnictwa. Tom I, SGGW, AR, Warszawa, 199-207. 1994.
45. **Niewczas J.:** Ocena zmian jakościowych próby przy użyciu metod optymalizacyjnych. II Zjazd Naukowy PTA. Referaty i doniesienia, 229-230, 2000.
46. **Niewczas J., Grundas S., Ślipek Z.:** The analysis of increments of internal damage to wheat grain affected by dynamic loading. *Int. Agrophysics*, 8, 283-287, 1994.
47. **Niewczas J., Kudra T., Strumillo P., Woźniak W.:** Stress cracking as a measure of grain quality after thermal drying. Chapter 1 in book: *Developments in Drying*, vol. II: Drying of food and agro-products, p.1-35. Ed. A.S. Mujumdar & S. Suvachittanont, Bangkok, 2000.
48. **Niewczas J., Witkowska-Walczak B.:** Wskaźnik trwałości agregatów glebowych. *Acta Agrophysica*, 72, 105-115, 2002.
49. **Niewczas J., Witkowska-Walczak B.:** Index of soil aggregates stability as linear function value of transaction matrix elements. *Soil & Tillage Research*, 70, 121-130, 2003.
50. **Niewczas J., Woźniak W.:** Application of the discretization of an X-ray picture of wheat grain for the evaluation of endosperm cracks. *Zesz. Probl. Post. Nauk Roln.*, 397, 45-51, 1991.
51. **Niewczas J., Woźniak W.:** Application of "GRAINS" program for characterisation of X-ray images of wheat grains at different moisture content. Xth Seminar "Properties of Water in

- Foods". Ed. by Warsaw Agricultural University, Department of Food Engineering, 54-63, 1999.
52. **Niewczas J., Woźniak W.:** Wpływ suszenia mikrofalowego na zmiany struktury ziarna pszenicy. Część I - Uszkodzenia wewnętrzne. *Acta Agrophysica*, 37, 167-176, 2000.
 53. **Niewiadomski W. (red.):** Podstawy agrotechniki. PWRiL, Warszawa, 1983.
 54. **Oktaba W.:** Elementy statystyki matematycznej i metodyka doświadczalnictwa. Wydanie II. PWN, Warszawa, 1966.
 55. **Osypiuk E., Przybysz T.:** Istotność zróżnicowania liczebności w dwuwymiarowej tablicy kontyngencji. XIV Coll. Metodologiczne z agrobiometrii, t. II, s. 309-320. PAN i PTB, Warszawa, 1984.
 56. **Pecen J.:** Internal damage identification of seeds. *Int. Agrophysics*, 8, 289-293, 1994.
 57. **Piszczała J.:** Matematyka i jej zastosowania w naukach ekonomicznych. Akademia Ekonomiczna, Poznań, 2000.
 58. **Puri A.N., Puri B.R.:** Physical characteristics of soils. II. Expressing mechanical analysis and state aggregation of soils by single values. *Soil Sci.*, 47, 77-81, 1939.
 59. **Rewut I.B.:** Methodical Guide for Estimation of Soil Structure. Kolos Press, Leningrad, 1969.
 60. **Roth C., Witkowska-Walczak B.:** A comparison of three methods for measuring the water stability of soil aggregates from temperate and tropical zones. *Polish J. Soil Sci.*, XXV/1, 11-16, 1992.
 61. **Rybacki R.:** Czynniki kształtujące cechy jakościowe nasion rzepaku. Praca doktorska (maszynopis). Instytut Agrofizyki PAN, Lublin, 2003.
 62. **Savinov N.O.:** Soil physics (in Russian). Sielchozgiz Press, Moscow, 1936.
 63. **Shiel R.S., Adey M.A., Lodder M.:** The effect of successive wet/dry cycles on aggregate size distribution in a clay texture soil. *J. Soil Sci.*, 39, 71-80, 1988.
 64. **Skrzypek E.:** Jakość i efektywność. UMCS, Lublin, 2000.
 65. **Słowińska-Jurkiewicz A.:** Struktura i właściwości wodno-powietrzne gleb wytworzonych z lessów. Monografie. S. D., 218, 1989.
 66. **Smirnow N.W., Dunin-Barkowski I.W.:** Kurs rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej dla zastosowań technicznych. Wydanie III. PWN, Warszawa, 1973.
 67. **Sobczyk M.:** Statystyka. Wydanie II. PWN, Warszawa, 1997.
 68. **Stanisz A.:** Przystępny kurs statystyki. StatSoft Polska., Kraków, 1998.
 69. **STATISTICA PL dla Windows** (praca zbiorowa). Ogólne konwencje i statystyki, t. I, StatSoft Polska, Kraków, 1997.
 70. **Staworzyński A.:** Komputerowy program analizy obrazów do automatycznej oceny jakości ziaren pszenicy. Praca dyplomowa. Politechnika Łódzka, Wydz. Elektrotechniki i Elektroniki, 1999.
 71. **Stirk G.B.:** Expression of soil aggregate distribution. *Soil Sci.*, 86(3), 133-135, 1958.
 72. **Strumillo P., Niewczas J., Szczypiński P., Makowski P., Woźniak W.:** Computer system for analysis of X-ray images of wheat grains. *Int. Agrophysics*, 13, 133-140, 1999.
 73. **Szwed G.:** Kształtowanie fizycznych i technologicznych cech nasion rzepaku w modelowanych warunkach przechowywania. *Acta Agrophysica* 27, Lublin, 2000.
 74. **Tiulin A.F.:** Questions on soils structure. II. Aggregate analyses as a method for determination soil structure. *Perm. Agr. Sta.; Div. Agr. Chem.*, 77, 5-12, 1928.
 75. **Tys J., Rybacki R.:** Rzepak - Jakość nasion. Procesy zbioru, suszenia i przechowywania. *Acta Agrophysica*, 44, Lublin, 2001.
 76. **Tys J., Rybacki R.:** Rzepak - Jakość nasion. Instrukcja wdrożeniowa. Instytut Agrofizyki PAN, Lublin, 2001.
 77. **Van Bavel C.H.M.:** Mean weight diameter of soil aggregates as a statistical index of aggregation. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, 14, 20-23, 1949.

78. **Wagner L.E., Ding D.:** Representing aggregate size distributions as modified lognormal distributions. *Trans. ASAE*, 37 (3), 815-821, 1994.
79. **Walczak R., Witkowska B.:** Określanie wodoodporności różnych frakcji agregatów glebo-wych. *Roczniki Gleboznawcze*, 25(2), Warszawa, 1974.
80. **Walczak R., Witkowska B.:** Metody badania i sposoby opisywania agregacji gleby. *Problemy Agrofizyki*, 19, 5-52, 1976.
81. **Walczak R., Witkowska-Walczak B.:** Effect of wetting-drying cycles on the aggregation of soil. *Roczniki Gleboznawcze*, XXXII/3, 37-44, 1981.
82. **Wasilewski L.:** Metody kontroli jakości w przedsiębiorstwach państwowych. PWE, Warszawa, 1974.
83. **Weller C.L., Paulsen M.R. and Steinberg M. P.:** Stress cracking and breakage susceptibility as affected by moisture content at harvest for four yellow dent corn hybrids. *Trans. ASAE*, 33 (3), 863-869, 1990.
84. **Witkowska-Walczak B.:** Influence des changements d'humidit des sols sur leur distribution de taille des agrgats. *Zesz. Probl. Post. Nauk Roln.*, 312, 473-481, 1986.
85. **Witkowska-Walczak B.:** Wpływ struktury agregatowej gleb mineralnych na ich hydrofizyczne charakterystyki (Badania modelowe). *Acta Agrophysica*, 30, 2000.
86. **Woźniak W.:** The effect of two types moisture treatment of wheat grain on endosperm damage. *Int. Agrophysics*, 9, 165-170, 1995.
87. **Woźniak W.:** Mechanical properties of wheat grain in relation to internal cracks. *Int. Agrophysics*, 15, 59-64, 2001.
88. **Woźniak W.:** Defektoskopia rentgenowska i jej wykorzystanie w badaniach agrofizycznych. *Acta Agrophysica*, 72, 183-203, 2002.
89. **Woźniak W., Niewczas J., Kudra T.:** Internal damage vs. mechanical properties of micro-wave-dried wheat grain. *Int. Agrophysics*, 13, 259-268, 1999.
90. **Woźniak W., Styk W.:** Internal damage to wheat grain as results of wetting and drying. *Drying Technology*, 14(2), 349-367, 1996.
91. **Woźniak W., Styk W., Geodecki M.:** High relative humidity as cause of inner damage of wheat grain. *Int. Agropysics*, 8, 377-381, 1994.
92. **Yoder R.:** A direct method of aggregate analysis of soils and a study of the physical nature of erosion losses. *J. American. Soc. Agron.*, 28, 5, 337- 351, 1936.
93. **Youker R. E., Mc Guinness J. L.:** A short method of obtaining mean weight diameter values of aggregate analyses of soil. *Soil Sci.*, 83, 291-299, 1957.

10. STRESZCZENIE

W pracy przedstawiono metodę oceny zmian jakości próbki materiału rolniczego, której elementy są wyróżnialne i podlegają ustalonej klasyfikacji. Analizowane zmiany pod względem badanej cechy jakości mogą mieć zarówno charakter jedno- jak i dwukierunkowy. Oznacza to, że można oczekiwać zarówno spadku, jak i wzrostu wartości cechy. Dopuszczalny jest również brak zmian u części elementów próby i jest on zwykle przedmiotem szczególnego zainteresowania. Do zapisu zmian jakości próby zastosowano tzw. tablicę przejścia. Jest to zmodyfikowana postać macierzy przejścia, stosowanej w teorii procesów i w metodach operacyjnych. Elementami tablicy przejścia są częstości (prawdopodobieństwa empiryczne) przejścia elementów próbki z jednych klas jakości do innych lub pozostania w tej samej klasie. Jako miarę zmian jakości testowanej próbki materiału zaproponowano wskaźnik będący liniową funkcją częstości tablicy przejścia. Ich współczynnikami są odpowiednio skonstruowane wagi. Dzięki temu zapewniona jest addytywność tej miary. W pracy zaproponowano układ wag dwójkowych, których wykładniki niosą informację o liczbie klas o jaką przeszły elementy próby w przyjętej klasyfikacji. Wykorzystując metody optymalizacyjne (algorytm simpleks programowania liniowego – dla zmian jedno i dwu kierunkowych lub własny algorytm – dla zmian jednokierunkowych), znaleziono przedział, w zakresie którego może zmieniać się wartość wskaźnika zmian jakości. Ponadto zaproponowano parę innych wskaźników, które charakteryzują zmiany jakości próbki materiału.

Zaproponowaną metodę zilustrowano na dwóch przykładach. Pierwszy z nich dotyczy oceny zmian odporności próbki ziaren pszenicy na pęknięcia wewnętrzne ich bielma w procesie suszenia (zmiany jednokierunkowe). Stan pęknięć wykrywano metodą rentgenowską, a oceny pęknięć dokonywano półautomatycznie, przy pomocy odpowiedniego programu. Drugi przykład dotyczy oceny trwałości agregatów wybranych próbek glebowych pod wpływem wody. Wodoodporność agregatów glebowych określano czterema metodami analitycznymi: deszczowania, 1 i 10 cykli nawilżania-osuszania oraz przesiewania w wodzie. W pierwszej części przykładu oceniono trwałość agregatów przy założeniu, że mogą one ulegać rozpadowi lub nie zmieniać swych średnic. Druga część jest próbą zastosowania proponowanej metody do modelu, w którym możliwe są zmiany agregacji w dwu kierunkach, tzn. zarówno rozpad jak i sklejanie się agregatów. Proponowana metoda może mieć znacznie szersze zastosowania, wykraczające poza zakres agrofizyki.

Słowa kluczowe: zmiany jakości, tablica przejścia, metody optymalizacyjne, pęknięcia bielma, odporność, agregaty glebowe, trwałość

11. SUMMARY

A METHOD OF THE ASSESSMENT OF QUALITY CHANGES OF AGRICULTURAL MATERIALS AT USING OF TRANSITION TABLES

This work is concerned with a method of the assessment of quality changes in a sample of agricultural material in which certain elements are distinguished and are subject to an agreed classification. The analysed changes related to an investigated quality attribute may have either one- or bi-directional character. This means that either a decrease or increase of the attributes value can be expected. A lack of changes in a portion of the sample elements is also acceptable, and this is usually a subject of a particular interest. A so called transition table was used for the record of the sample quality changes. This is a modified form of a transition matrix, used in the processes theory and operation research methods. The elements of the transition table are frequencies (empirical probabilities) of sample elements transitions from one quality class to another or else, non-transitions (i.e., the element remains in the same class). As a measure of quality changes in the material sample, an index was proposed which is a linear function of the transition table frequencies. Appropriately constructed weights are the parameters of these frequencies. It ensures additivity of this measure. A set of binary weights were proposed whose exponents contains information on the numbers by which the elements of the sample in the adopted classification have moved. Using optimisation methods (simplex algorithm of linear programming for one- and bi-directional changes or custom created algorithm for one-directional changes), a interval was identified, across which a value of the quality transition index can change. In addition, a few other indices were proposed which describe variability of the material sample.

The proposed method was illustrated using two examples. The first one is related to the assessment of changes in resistance of wheat kernels to internal cracking of their endosperm during drying (one-directional changes). The extent of cracking was determined using the X-ray technique and subsequent evaluation using specially created software. The second example is concerned with the assessment of stability of the soil aggregates selected samples when exposed to water. Water resistance of soil aggregates was determined using four analytical methods: rainfall, 1 and 10 cycles of wetting-drying and wet sieving. In the first part of the example, stability of aggregates were ascertained with an assumption that they may disintegrate or their diameters may remain unchanged. The second part is an attempt of applying the proposed method in a model in which changes of aggregation are possible in both directions, i.e., both disintegration and formation of aggregates. The proposed method may have a much wider application, beyond the field of agrophysics.

Key words: quality variations; transition table; optimisation methods; internal cracking; resistance; soil aggregates; stability

Adres Autora:

Jerzy Niewczas

Instytut Agrofizyki im. Bohdana Dobrzańskiego
Polskiej Akademii Nauk

ul. Doświadczalna 4
20-290 Lublin 27
P.O. Box 201

tel.: (081) 74 450 61; fax: (081) 74 450 61
e-mail: niewczas@demeter.ipan.lublin.pl