

ZASTOSOWANIE NUMERYCZNEJ ANALIZY FOURIERA
DO OKREŚLANIA ELEMENTÓW TENSORA ODKSZTAŁCEŃ
OKRYW NASIENNYCH NA PRZYKŁADZIE BOBU (*Vicia faba*)

Bożena Gładyszewska¹, Dariusz Chocyk²

¹Katedra Fizyki, Akademia Rolnicza, ul. Akademicka 13, 20-033 Lublin
e-mail: broz@ursus.ar.lublin.pl

²Instytut Fizyki, Politechnika Lubelska, ul. Nadbystrzycka 38, 20-618 Lublin

Streszczenie. W pracy zaprezentowano video-tensometryczną metodę badania właściwości mechanicznych okryw nasiennych. Określono moduł Younga oraz współczynnik Poissona dla materiału testowego – okryw nasiennych suszonego bobu (*Vicia faba*). Mikroskopowy obraz osadzonych na powierzchni próbki cienkowarstwowych sieci złota (o okresie 42 μm i 162 μm) przekazywany był poprzez kamerę do pamięci komputera, przeprowadzającego analizę zmian następujących podczas rozciągania próbki. Zastosowano numeryczną analizę Fouriera do określania elementów tensora odkształceń badanych materiałów. Metoda charakteryzuje się dużą dokładnością pomiaru. Dodatkową zaletą jest jej nieczułość na efekty brzegowe, jakie mogą występować w pobliżu zacisków próbki.

Słowa kluczowe: bób, moduł Younga, współczynnik Poissona, analiza Fouriera

WSTĘP

Produkcja nasion roślin strączkowych jest coraz bardziej zmechanizowana. Nie stosuje się już tak często zbioru wieloetapowego, który został zastąpiony zmechanizowanym zbiorem kombajnowym. Nasiona podczas zbioru poddawane są dużym obciążeniom mechanicznym [1,2,3]. Mogą pojawić się przy tym naprężenia niszczące. Również w trakcie procesu suszenia okrywy nasienne mogą ulec uszkodzeniu [4,5]. Aby znaleźć przyczyny powstawania uszkodzeń konieczne jest poznanie właściwości fizycznych okryw nasiennych, a w szczególności modułu Younga i współczynnika Poissona. Poznanie mechanizmów decydujących o powstawaniu uszkodzeń nasion jest niezbędne w celu ograniczenia strat materiału nasiennego oraz poprawy jego jakości i wartości handlowej.

Metody polegające na pokrywaniu badanego materiału układem linii są jednymi z częściej stosowanych metod w optycznych pomiarach naprężeń [6]. W tych metodach obserwuje się zmianę obrazu dyfrakcyjnego sieci pokrywającej badany materiał wywołaną przyłożonym obciążeniem [7]. W czasie eksperymentu obserwowana jest częstotliwość przestrzenna linii sieci oraz określone są zmiany tej częstości przy różnych wartościach działających sił. Zarejestrowane zmiany układu linii naniesionej sieci bezpośrednio związane są z odkształceniami badanego materiału. Wiele modyfikacji tej metody było opisanych i zastosowanych do badania mechanicznych właściwości różnych materiałów [8-11]. Stosując optoelektroniczne urządzenia możliwe jest automatyczne obliczanie rozkładu naprężeń w badanym materiale [12]. Wspomniana metoda aktualnie przeżywa ponowny wzrost zainteresowania, ze względu na znaczne zwiększenie rozdzielczości kamer CCD [6, 13-16].

METODA POMIARU

W zastosowanej metodzie wyznaczenie modułu Younga (E) i współczynnika Poissona (ν) dla cienkich okryw nasiennych, sprowadza się do określenia odkształceń elementów powierzchniowych badanego obiektu, poddanego jednoosiowemu rozciąganiu. W takim przypadku wystarczającym jest wyznaczenie stanu odkształcenia w płaszczyźnie rozciągania. Aby tego dokonać, przy pomocy kamery CCD, obserwujemy zmiany układu linii sieci odpowiednio nałożonych na badaną powierzchnię. Najprostszym takim układem linii jest sieć kwadratowa. Pod wpływem przyłożonej siły sieć ulega deformacji i przechodzi w sieć równoległościenną. Dla dalszych rozważań nie jest istotny kierunek przyłożonej siły względem sieci niezdeformowanej.

W celu wyznaczenia parametrów sieci zdeformowanej do otrzymanego obrazu stosujemy dwuwymiarową transformatę Fouriera. Jeśli obraz przedstawimy jako kwadratową tablicę wartości $x(n,m)$ (reprezentujących jasność punktu obrazu) to dyskretną dwuwymiarową transformatę Fouriera obliczamy z następującego wzoru:

$$X(k,l) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} x(n,m) \exp \left[-\frac{2\pi i}{N} (k \cdot m + l \cdot n) \right] \quad (1)$$

gdzie: N jest liczbą punktów obrazu w kierunkach prostopadłych. Odległości pomiędzy maksimami w obliczonej tablicy $X(k,l)$ mówią o częstości występowania linii w dwu wzajemnie prostopadłych kierunkach w obrazie rzeczywistym. Wyłączając idealne przypadki, odległości pomiędzy liniami po naprężeniu próbki nie są jednakowe i odległość pomiędzy wierzchołkami reprezentuje pewną wartość

średnią częstotliwości. Z tych średnich częstotliwości wyznaczamy odpowiednie odległości w zdeformowanej sieci rzeczywistej, a także odpowiednie kąty względem jednego z kierunków linii przed deformacją. Zakładając jednorodny stan odkształceń w całym układzie, tworzymy średnią sieć zdeformowaną, charakteryzowaną przez wyznaczone odległości między liniami oraz przez odpowiednie kąty. Znajomość parametrów sieci zdeformowanej pozwala na wyznaczenie odpowiednich odkształceń na powierzchni.

Jeżeli rozważymy dowolny punkt o współrzędnych (x,y) , znajdujący się wewnątrz kwadratu o boku p przed deformacją, to jego współrzędne po deformacji przyjmują odpowiednio wartości (rys.1):

$$\begin{aligned}x' &= \frac{a_1}{p} \cos \alpha_1 \cdot x + \frac{a_2}{p} \cos \alpha_2 \cdot y \\y' &= \frac{a_1}{p} \sin \alpha_1 \cdot x + \frac{a_2}{p} \sin \alpha_2 \cdot y\end{aligned}\quad (2)$$

gdzie: a_1 i a_2 są odpowiednio bokami utworzonego równoległociąnu, a kąty α_1 i α_2 są kątami nachylenia tych boków względem jednego z kierunków boku przed deformacją. Jak wspomniano wyżej, parametry a_1 , a_2 , α_1 i α_2 są bezpośrednio wyznaczone z analizy Fouriera obrazu po deformacji.

Transformacja współrzędnych punktów układu odkształcanego pozwala na wyznaczenie wektora przemieszczenia:

$$\begin{aligned}u &= \left(\frac{a_1}{p} \cos \alpha_1 - 1 \right) \cdot x + \frac{a_2}{p} \cos \alpha_2 \cdot y \\v &= \frac{a_1}{p} \sin \alpha_1 \cdot x + \left(\frac{a_2}{p} \sin \alpha_2 - 1 \right) \cdot y\end{aligned}\quad (3)$$

który, pozwala na wyznaczenie elementów tensora odkształcenia w danym punkcie. Z założenia, że odkształcenia są jednorodne w całym układzie możemy przyjąć, że są one takie same w każdym punkcie, a elementy tensora zależą jedynie od wartości średnich sieci zdeformowanej [6,18].

$$T^{(d)} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(\frac{a_1}{p} \right)^2 & \frac{a_1 a_2}{p} \cos(\alpha_2 - \alpha_1) \\ \frac{a_1 a_2}{p} \cos(\alpha_2 - \alpha_1) & \left(\frac{a_2}{p} \right)^2 \end{pmatrix}\quad (4)$$

Elementy tego tensora definiują odkształcenia względem układu współrzędnych, związanych z siecią przed deformacją. Natomiast odkształcenia w układzie współrzędnych obróconym o kąt φ można wyrazić przez:

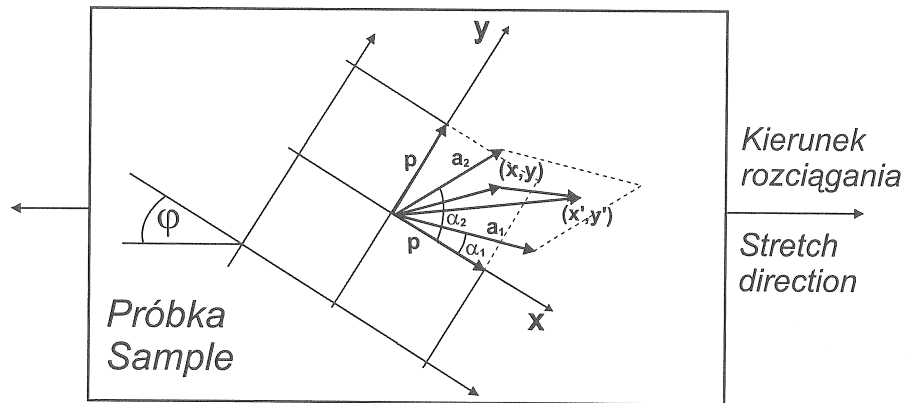
$$\varepsilon'_x = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\varphi + \frac{\varepsilon_{xy}}{2} \sin 2\varphi \quad (5a)$$

$$\varepsilon'_{xy} = -\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \sin 2\varphi + \frac{\varepsilon_{xy}}{2} \cos 2\varphi \quad (5b)$$

$$\varepsilon'_y = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} - \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\varphi - \frac{\varepsilon_{xy}}{2} \sin 2\varphi \quad (5c)$$

W przypadku, gdy osie obróconego układu pokrywają się z osiami głównymi, odkształcenia w tych kierunkach przyjmują wartości ekstremalne, a odkształcenie ε'_{xy} jest równe zero. Stąd możemy wyznaczyć kąt nachylenia osi głównych odkształcenia względem pierwotnego układu współrzędnych (rys.1):

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y} \quad (6)$$



Rys. 1. Współrzędne punktu przed i po deformacji

Fig. 1. Coordinates of a point before and after deformation

Znajomość kąta φ oraz odkształceń w układzie obróconym względem układu osi głównych pozwala na obliczenie odkształceń głównych (ε_x' , ε_y'), które dla ośrodków izotropowych pokrywają się z kierunkami naprężeń głównych. Stąd szukane wartości modułu Younga E i współczynnika Poissona można wyznaczyć:

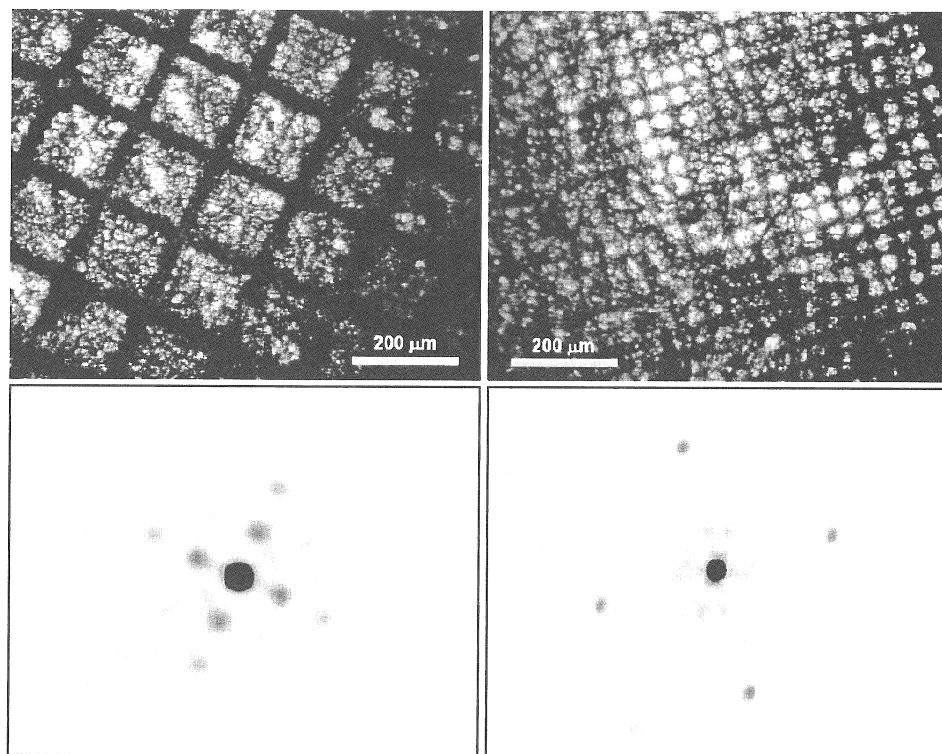
$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_x}, \quad (7a)$$

$$\nu = -\frac{\varepsilon_y'}{\varepsilon_x'}. \quad (7b)$$

WARUNKI DOŚWIADCZALNE

Aby sprawdzić przydatność numerycznej analizy Fouriera do określania elementów tensora odkształceń oraz modułu Younga i współczynnika Poissona okryw nasiennych, do analizy wybrano suszone nasiona bobu (*Vicia faba*). Z okrywy nasiennej wycinano próbki o długości około 25 mm i szerokości około 8 mm. Grubość próbek określano przy użyciu śruby mikrometrycznej. Następnie na powierzchni próbek osadzano sieć złota metodą rozpylania katodowego przez odpowiednio przygotowaną maskę (użyto typowych masek, stosowanych w mikroskopii elektronowej). Grubość warstwy złota nie przekraczała 200 nm, nie zmieniała więc właściwości mechanicznych próbek. Zastosowano sieci o dwóch różnych periodach: 165 μm i 42 μm . Tak przygotowana próbka instalowana była w szczękach testera naprężeniowego Microtest firmy Deben UK Ltd. Mikroskopowy obraz sieci przekazywany był poprzez kamerę do pamięci komputera, przeprowadzającego analizę zmian następujących podczas rozciągania próbki. Obie stosowane sieci oraz odpowiadające im w stanie nienaprzężonym rozkłady fourierowskie przedstawione są na rysunku 2. Stosując podane wyżej równania wyznaczane były wartości ε_x' i ε_y' . Znając pole powierzchni przekroju poprzecznego danej próbki oraz wartość siły rozciągającej obliczano wartość naprężenia σ .

Na tej podstawie wyznaczano wartości modułu Younga E oraz współczynnika Poissona ν . Poniżej prezentujemy rezultaty otrzymane dla dwóch przykładowych próbek To4 i To5 (o wymiarach dł. x szer. x grub. odpowiednio 20 mm x 8,5 mm x 0,20 mm i 21 mm x 7,25 mm x 0,32 mm).



Rys. 2. Dwie różne sieci złota, osadzone na badanych próbkach oraz odpowiadające im obrazy otrzymane przez zastosowanie dwuwymiarowej transformaty Fouriera

Fig. 2. Two different gold nets deposited on the samples studied and images corresponding to them acquired with an application of two-dimensional Fourier's transformation

WYNIKI

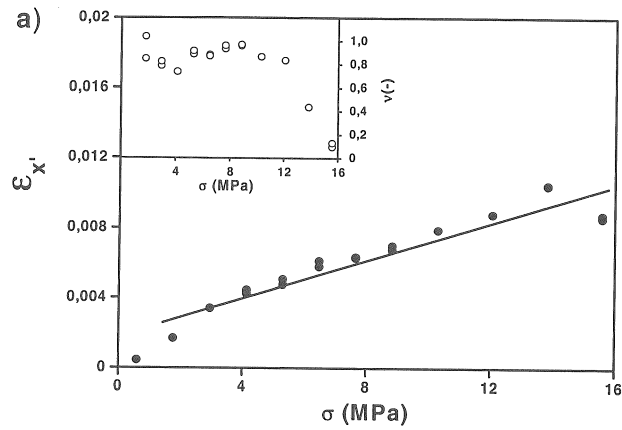
Analizując przykładową zależność siły rozciągającej od przyrostu całkowitej długości próbki zauważono pojawiającą się silną deformację próbki przy stałej wartości siły rozciągającej (ok. 10 N). Może to sugerować początek plastycznego odkształcenia próbki i zbliżający się moment osiągnięcia wartości krytycznych naprężeń. W rzeczywistości obszar przemieszczeń od 0,1 mm do 1,1 mm jest wynikiem wysuwania się brzegu próbki z zacisków testera. Po ich ponownym zaciśnięciu próbka ulegała dalszym odkształceniom, aż do wartości krytycznej siły rozciągającej 30 N. Bazowanie na sporządzaniu takiego typu zależności prowadziłoby do błędnych wyników. Proponowana w tej pracy metoda jest całkowicie wolna od powyższych wad. Bez względu na całkowite przemieszczenie szczęk zaciskowych,

informacja o sile rozciągającej jest bezpośrednio powiązana z odkształceniem próbki, wyrażającym się w zmianie położenia wierzchołków fourierowskich.

Podobną zależność (dla poprawnie zaciśniętych szczęk testera) można także zauważyć dla zmian siły rozciągającej przedstawionej w funkcji czasu. Poczynając od wartości początkowej siły rozciągającej 1 N, przerywano dalsze rozciąganie próbki na ok. 200 s. Procedurę powtarzano dla przyrostu siły o 2 N. Dla wartości 32 N nastąpiło zerwanie próbki. Uwzględniając wymiary próbki – próg wytrzymałości wynosił około 14 MPa. Uwidocznił się także plastyczny charakter odkształcenia próbki, szczególnie dla zakresu sił powyżej 15 N. W okresach zachowania stałej odległości szczęk testera, wartość siły wyraźnie malała. Również i w tym przypadku interpretacja danych wymaga ostrożności, gdyż uzyskane zależności uwzględniają całkowitą długość próbki. Nie bez znaczenia są efekty brzegowe, które pojawiają się w pobliżu zacisków testera tensometrycznego. Wprowadzają one dodatkowy błąd pomiaru, przez co powodują wcześniejsze pojawienie się plastycznego charakteru odkształceń.

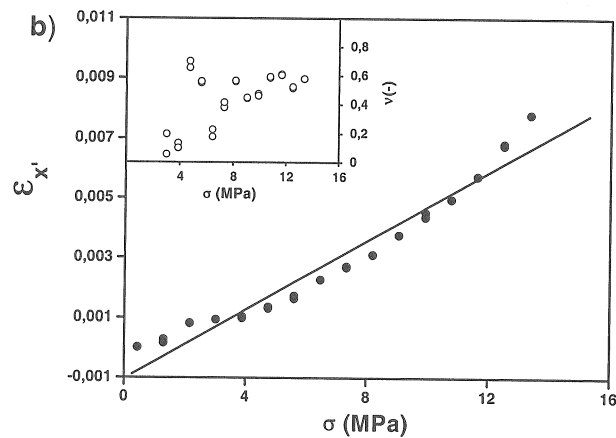
Wyniki zastosowania proponowanej analizy video-tensometrycznej dla określenia modułu Younga dwóch przykładowych próbek (oznaczanych odpowiednio To4 i To5) w zakresach ich sprężystego odkształcenia przedstawiają rysunki 3a i 3b. Wyznaczony z kąta nachylenia prostej, wpisanej w zależność $\epsilon_x'(\sigma)$, współczynnik Younga $E = 1,73$ GPa zarówno dla próbki To4, jak i próbki To5. Bardzo zbliżone rezultaty uzyskano także dla pozostałych próbek, nieprezentowanych w tej pracy.

Natomiast na wykresach zależności współczynnika Poissona od wartości chwilowej naprężenia (rys. 3a. i 3b.), widoczny jest bardzo duży rozrzut wartości, świadczący o następujących w próbce poprzecznych zmianach pod wpływem działania siły rozciągającej. Zmiany te można prawdopodobnie przypisać progresywnemu, wzdłużnemu układaniu się włókien okrywy. Wyjaśnienie tego efektu będzie możliwe przez przeprowadzenie bardziej kompleksowych badań dla różnych kierunków.



Rys. 3a. Wykres zależności $\epsilon_x'(\sigma)$ oraz wykres zależności współczynnika Poissona ν od wartości chwilowej naprężenia, sporządzone dla próbki To4. Wyznaczony z kąta nachylenia prostej, wpisanej w zależność $\epsilon_x'(\sigma)$, współczynnik Younga $E = 1,73$ GPa

Fig. 3a. Relations of $\epsilon_x'(\sigma)$ and Poisson's ratio ν and the temporary intensity value obtained for sample To4. Young's modulus determined with the inclination angle of the straight line inscribed into the relation of $\epsilon_x'(\sigma)$ to $E = 1.73$ GPa



Rys. 3b. Wykres zależności $\epsilon_x'(\sigma)$ oraz wykres zależności współczynnika Poissona ν od wartości chwilowej naprężenia, sporządzone dla próbki To5. Wyznaczony z kąta nachylenia prostej, wpisanej w zależność $\epsilon_x'(\sigma)$, współczynnik Younga $E = 1,73$ GPa

Fig. 3b. Relations of $\epsilon_x'(\sigma)$ and Poisson's ratio ν to the temporary intensity value obtained for sample To5. Young's modulus determined with the inclination angle of the straight line inscribed into the relation of $\epsilon_x'(\sigma)$ to $E = 1.73$ GPa

PODSUMOWANIE

Na podstawie przeprowadzonych badań można stwierdzić, że prezentowana metoda, oparta na zastosowaniu numerycznej analizy Fouriera do określania elementów tensora odkształceń badanego materiału, charakteryzuje się bardzo dużą dokładnością przeprowadzanych pomiarów. Umożliwia bowiem bezpośrednio powiązanie wartości siły rozciągającej z wywołanym odkształceniem. Metoda nie jest czuła na wprowadzające dodatkowy błąd efekty brzegowe (np. wpływ zacisków testera).

Uzyskane rezultaty badania okryw nasiennych suszonych nasion bobu (*Vicia faba*) należy traktować jako przykład szerszego zastosowania tej metody. Poznanie mechanizmów decydujących o powstawaniu uszkodzeń nasion jest bowiem niezbędne w celu ograniczenia strat materiału nasiennego oraz poprawy jego jakości.

PODZIĘKOWANIA

Autorzy serdecznie dziękują Pascale Villain oraz Philippe Goudeau z Laboratoire de Metallurgie Physique w Poitiers – Futuroscope we Francji za pomoc przy przeprowadzeniu pomiarów.

PIŚMIENNICTWO

1. **Pickett L.K.:** Mechanical damage and processing loss during navy bean harvesting. Transactions of the ASAE, 16, (6), 1047, 1973.
2. **Singh B., Linvill D.E.:** Determining the effect of pod and grain moisture content on threshing loss and damage of navy beans. Transactions of the ASAE, 20 (2), 226, 1977.
3. **Dobrzański B., Rybczyński R.:** Mechanical properties of leguminous seeds, Proceedings of Agricultural & Biological Engineering Conference, Newcastle, UK, 1-2, 1995.
4. **Henderson S. M., Pabis S.:** Grain drying theory IV: The effect of airflow rate on the drying index, J. Agric. Eng. Res., 7, 85, 1962.
5. **Pabis S., Jayas D., Cenkowski S.:** Grain Drying: Theory and Practice. John Wiley & Sons, Inc, New York, 1998.
6. **Dupre F. Bremand F., Lagarde F.:** Numerical spectral analysis of a grid: Application to strain measurements. Optics and Lasers in Engineering, (18) 159-172, 1993.
7. **Bell J.F.:** Diffraction grating strain gage, Proceedings of the Society for Experimental Stress Analysis 51, Vol. 17, (1-2), 60, 1959.
8. **Douglas R. A., Akkoc C., Pugh C. E.:** Strain-field investigations with plane diffraction gratings, Exp. Mech., 5(7), 233, 1965.
9. **Sharpe W. N. Jr.:** The interferometric strain gage, Exp. Mech., 8 (4), 164, 1968.
10. **Pryor T. R., North W. P. T.:** Diffractographic strain gage, Exp. Mech., 11 (12), 565, 1971.
11. **Boone P.:** A method for directly determining surface strain fields using diffraction gratings, Exp. Mech., 11 (11), 481, 1971.

12. **Sevenhuijsen P. J.:** Development of a laser grating method for the measurement of strain distributions in plane, opaque surfaces. *Berichte, VDI* 313, 143, 1978.
13. **Breque, C.; Bremand, F.; Dupre, J.C.:** Characterization of biological materials by means of optical methods of measurement, *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*, v. 4317, 463, 2001.
14. **Moulder J.C., Read D.T., Cardenas-Garcia I.F.:** New video-optical method for whole-field strain measurements. *Proceedings of the SEM Spring Conference on Experimental Mechanics*, New Orleans, 700 (686), 1986.
15. **Bremand, F., Dupre, J. C., Lagarde A.:** Non-contact and non-disturbing local strain measurement methods. I. Principle. *European Journal of Mechanics, A/Solids*, 11 (3), 349 1992.
16. **Auvergne M., Pinault S., Terrillon T.:** Caracterisation des lois de comportement des materiaux biologiques, These DEA, Laboratoire de Mecaniques des Solides, Universite de Poitiers, IUP3 GM Promotion 2000/2001.
17. **Oppenheim A.V., Schaffer R.W.:** *Digital Signal Processing*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New York, 320-321, 1975.
18. **Lubarda V.A.:** *Elastoplasticity Theory*. CRC Press, Boca, Raton, London, New York Washington, D.C, 2002.
19. **Timoshenko S., Goodier J.N.:** *Teoria sprężystości*. Warszawa, Arkady, 1962.

APPLICATION OF FOURIER NUMERICAL ANALYSIS
FOR THE DETERMINATION OF STRAIN TENSOR ELEMENTS
OF SEED COVERS FOR BROAD BEANS (*Vicia faba*) AS EXAMPLE

Bożena Gładyszewska¹, Dariusz Chocyk²

¹Department of Physics, University of Agriculture, ul. Akademicka 13, 20-033 Lublin
e-mail: broz@ursus.ar.lublin.pl

²Institute of Physics, Technical University of Lublin, Nadbystrzycka 38, 20-618 Lublin

Abstract. A video-extensometry method used in the research of mechanical properties of seed covers has been presented in this report. Young's modulus and Poisson's ratio for the material tested, i.e. seed covers of dried broad beans (*Vicia faba*) were determined. Microscopic images of thin film gold nets (with thickness of 42 μm and 162 μm) deposited on the sample surface were transferred through a camera to the computer memory for the analysis of changes occurring in the course of sample tension testing. Fourier's numerical analysis was applied to determine tensor elements of deformations. The method was characterized by a high measuring accuracy. Its additional advantage was that it was not sensitive to additional boundary effects which could occur in the vicinity of sample clips.

Key words: broad, Young's modulus, Poisson's ratio, Fourier's analysis